

# Μαθηματικά & Ταινίες

$\rho(r)$  is  $\sin \theta$

Results from  $\theta \leq \theta \leq \pi$

Results from  $\theta \leq \theta \leq 2\pi$

Because as  $\theta$  is between  $0$  and  $2\pi$ , it retraces its steps.

$r = \sin \theta$

$\theta$	$r$
$\pi/6$	$1/2$
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/2$	$1$
$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$5\pi/6$	$1/2$
$\pi$	$0$
$7\pi/6$	$-1/2$
$4\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$
$3\pi/2$	$-1$
$5\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$
$11\pi/6$	$-1/2$

$y = A + B \cos 2x$

When  $x = \pi/2$ ,  $y = -3$

$-3 = A + B \cos \pi = A - B$

for  $0 \leq \theta \leq \pi$

Begin when  $x = \pi$ ,  $y = 5$

$5 = A + B \cos 2\pi = A + B$

$5 = A - B$

$(x, 0) = \text{begin}$

$(\pi, \pi/2)$  end  $V_1 - V_2$

$r = \cos \theta$  for  $0 \leq \theta \leq \pi$

# Εισαγωγή

Μαθηματικά → Κινηματογράφος

- Μαθηματική αλληγορία: Αλίκη στη Χώρα των Θαυμάτων
- Υπόθεση και Δομή: Run Lola Run
- Μοντάζ: Ο καλός, ο κακός και ο άσχημος
- Brave: Δημιουργία ταινίας εξολοκλήρου με υπολογιστή
- MATLAB

# Αλίκη στην χώρα των Θαυμάτων

- 1865
- Charles Dodgson/ Lewis Carroll
- 1832-1898
- «Christ Church» -Κολλέγιο Οξφόρδης
- Μαθηματικός, συγγραφέας, επιστήμων της λογικής



# Μαθηματικά 19<sup>ου</sup> αιώνα

- Μιγαδικοί Αριθμοί
- Μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες
- Χρήση συμβολικής γραφής στην Άλγεβρα
- Ανάπτυξη αφηρημένης Άλγεβρας -> Ομάδες

# Alice in Wonderland

# Alice in Wonderland



Lewis Carroll

*On an ordinary summers afternoo,  
Alice tumbles down a hole aand an  
extrordinary adventure begins.*

*In a strange world lwith even stranger characters, she  
meets a grinning cat and a rabbit with a pocket watch, joins  
a mad tea-party and plays croquet with a Queen!*

*Lost in this fantasy land, Alice finds herself growing more and more curious  
by the minute.*

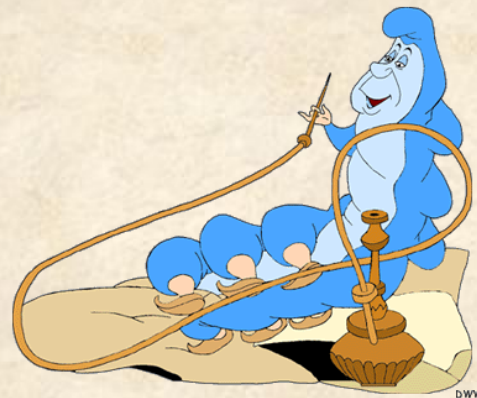
# Αλληγορίες σχετικές με τα μαθηματικά

- $4 \times 5 = 12$ ,  $4 \times 6 = 13$ ,  $4 \times 7 = \dots$
- Θεσιακό σύστημα αρίθμησης
- Βάση 18, Βάση 21, Βάση 24



# Συνάντηση με κάμπια

- Παρωδία συμβολικού συστήματος της Άλγεβρας
- Ετυμολογία ναργιλές- hookah
- «Al jebra e al mokabala» - Αποκατάσταση και μείωση
- Θεωρία De Morgan



# Συνάντηση με κάμπια

- Παρωδία Μη Ευκλείδειων γεωμετριών
- Temper -> θυμός, αναλογία -> Ευκλείδεια Γεωμετρία



# Σπίτι Δούκισσας

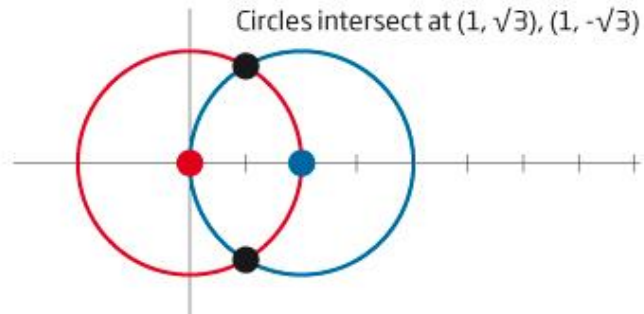
- Προβολική Γεωμετρία
- Jean Victor Poncelet
- Αρχή της συνέχειας



# The continuity principle

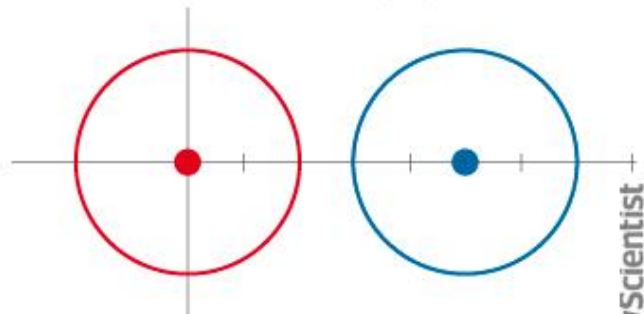
This principle, which so upset Charles Dodgson, stated that a mathematical figure should retain some of its original properties even under drastic transformations

**CONSIDER TWO CIRCLES  
CENTRED ON (0,0) AND (2,0)**



These circles intersect at two places, and under the principle of continuity you can assume that they will always intersect in two places, even if they move apart and are no longer touching!

**SO IF THE BLUE CIRCLE MOVES  
SO THAT ITS CENTRE IS NOW (5,0)...**



...these circles still intersect at two points  
 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}i)$  and  $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}i)$ , where  $i$  is  $\sqrt{-1}$

# Party για τσάι

- Χλευασμός Lewis Carroll προς Rowan Hamilton
- Τετραδόνια

*Το σύνολο των τετραδονίων,  $H$ , ισούται με τον  $R^4$ , έναν τετρασδιάστατο χώρο διανυσμάτων πάνω στους πραγματικούς αριθμούς. Στο σύνολο αυτό ορίζουμε τρεις πράξεις: την πρόσθεση, τον βαθμωτό πολλαπλασιασμό και τον τετραδόνιο πολλαπλασιασμό. Η πρόσθεση και ο βαθμωτός πολλαπλασιασμός δυο στοιχείων του  $H$  ορίζονται όπως η πρόσθεση και αντίστοιχα ο βαθμωτός πολλαπλασιασμός δυο στοιχείων του  $R^4$ . Όσον αφορά τον τετραδόνιο πολλαπλασιασμό για να ορίσουμε το γινόμενο δυο στοιχείων, θα πρέπει να θεωρήσουμε μια βάση του  $R^4$  της επιλογής μας. Συνηθέστερα, τα στοιχεία της βάσης αυτής συμβολίζονται ως  $i, j$  και  $k$ . Κάθε στοιχείο του  $H$ , μπορεί να γραφεί ως ο γραμμικός συνδυασμός των στοιχείων της βάσης,  $a1 + bi + cj + dk$ , όπου  $a, b, c, d$  πραγματικοί αριθμοί και το στοιχείο  $1$  να είναι το ταυτοτικό στοιχείο. Δεδομένης αυτής της βάσης, ο τετραδόνιος πολλαπλασιασμός ορίζεται θεωρώντας πρώτα τα γινόμενα της βάσης και μετά όλα τα άλλα γινόμενα χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.*

# Γάτος Τσεσαϊρ

*We're all mad here, I'm mad, you're mad."  
"How do you know I'm mad?" said Alice.  
"You must be" said the Cheshire Cat,  
"or you wouldn't have come here."  
- Lewis Carroll*

# Η Αλίκη στην χώρα των Θαυμάτων



# Run Lola Run

- Tom Tykwer, 1998
- Lola, Manni
- 100.000 μάρκα
- 20 λεπτά
- 3 διαφορετικές εκδοχές

- "Δεν πρέπει να σταματάμε να εξερευνούμε και όμως, στο τέλος όλων των εξερευνήσεων μας είμαστε πίσω εκεί που αρχίσαμε και θα αδράξουμε το μέρος αυτό για πρώτη φορά."  
– T.S. Eliot.
- "Πριν το παιχνίδι είναι μετά το παιχνίδι"  
– S. Herberger.

- Videogame
- Database narrative
- Cinematic:
  - χρόνος
  - στόχος
- Lola: ήρωας παιχνιδιού
  - 3 ζωές

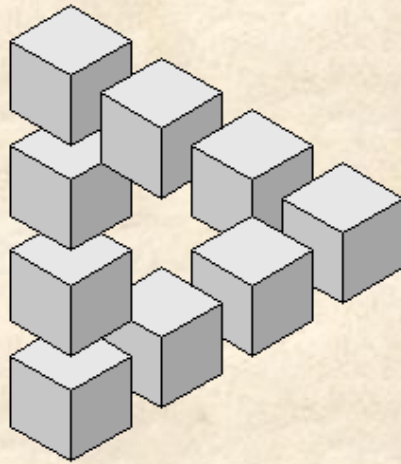




Άπειρη σπείρα & Penrose stairs

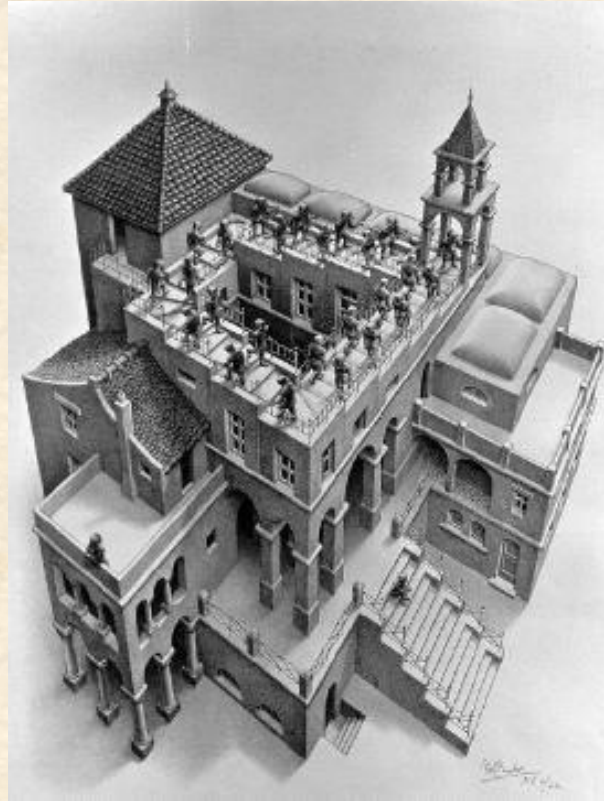
→ Επαναληπτικότητα

# Τρίγωνο Penrose



- Oscar Reutersvärd, 1934
- Roger Penrose, 1950:  
"αδυνατότητα στην πιο καθαρή  
μορφή"
- 3 ορθές γωνίες
- οφθαλμαπάτη

# Σκάλες Penrose



- Παραλλαγή
- M.C. Escher, 1960
- Ascending and Descending
- 4 ορθές  $\rightarrow$  loop

# Database Narrative

- Αλγοριθμική Δομή
- Videogame
- Πίνακας:
  - 3 εγγραφές: 3 επαναλήψεις
  - 17 πεδία: γεγονότα
- Διαδραστικότητα

# Διαδραστικότητα

- Ερμηνευτική → γνωστική συμμετοχή
- Χρηστική → λειτουργική συμμετοχή
- Σαφής → σχεδιασμένες επιλογές
- Μακρο-διαδραστικότητα → κοινωνική συμμετοχή

# Απαιτήσεις

- Multi-linear αφηγήσεις
- Διαπροσωπίες πολλαπλών αφηγηματικών τροχιών
- Εξερεύνηση συμβάσεων σηματοδότησης και δυνατότητας σαφούς επιλογής

	<b>Τρέξιμο 1</b>	<b>Τρέξιμο 2</b>	<b>Τρέξιμο 3</b>
<b>Αρχή</b>	Τηλεφώνημα, ουρλιαχτό	Τηλεφώνημα, ουρλιαχτό	Τηλεφώνημα, ουρλιαχτό
<b>Cartoon</b>	Σκύλος τρομάζει Lola, αυτή συνεχίζει να τρέχει	Παιδί βάζει τρικλοποδιά σε Lola, αυτή πέφτει κάτω	Lola πηδάει πάνω από παιδί και σκύλο
<b>Γυναίκα με καρτόσι</b>	Χτύπημα με Lola→ Εξαθλίωση, χάνει παιδί, κλέβει μωρό	Χτύπημα με Lola → Λαχείο, λεφτά, εξώφυλλο	Δε χτυπάνε→ Θρησκευόμενη, πουλάει φυλλάδια για το Χριστό
<b>Μπαμπάς/Ερωμένη (1)</b>	"Με αγαπάς; [... ] Αποφάσισε [... ] Είμαι έγκυος"	"Με αγαπάς; [... ] Αποφάσισε [... ] Είμαι έγκυος"	"Με αγαπάς; [... ] Αποφάσισε [... ] Είμαι έγκυος"
<b>Ποδηλατιστής</b>	"Θα αγοράσεις το ποδήλατο;" Lola: "όχι"→ Χτυπημένος, κοπέλα, γάμος	"Αγόρασε το ποδήλατο!" Lola: "είναι κλεμμένο" → Φτωχός, ναρκωτικά, νεκρός	Πουλάει ποδήλατο σε αλήτη
<b>Αμάξι από parking</b>	Lola τρέχει μπροστά του, κι έτσι, οδηγός τρακάρει μπροστά προφυλακτήρα των γκάνγκστερ	Lola πηδά πάνω από τζάμι, οδηγός καθυστερεί, τρακάρει πίσω προφυλακτήρα γκάνγκστερ	Lola χτυπά στο τζάμι, καθυστερεί οδηγό, δεν υπάρχει τρακάρισμα, οι γκάνγκστερ συνεχίζουν
<b>Manni/τυφλή</b>	Τυφλή του δίνει τηλεκάρτα, "περίμενε", στέκονται ακίνητοι, φεύγει	Τυφλή του δίνει τηλεκάρτα και φεύγει, σχεδόν όπως σε τρέξιμο 1	*Τυφλή του δίνει τηλεκάρτα, "περίμενε", Manni βλέπει τον αλήτη με τα λεφτά, τον κυνηγάει
<b>Lola/Αλήτης</b>	Συναντιούνται σε μια γωνία	Η Lola πέφτει πάνω του στη γωνία, συνεχίζει	Μόνο η Lola στρίβει στη γωνία
<b>Μπαμπάς/Ερωμένη (2)</b>	"Θες να κάνουμε παιδί;", "Ναι"	"Θες να κάνουμε παιδί;", "Ναι", "Ακόμη κι αν δεν είναι δικό σου;"	"Θες να κάνουμε παιδί;", "Ναι", τους διακόπτει τηλέφωνο
<b>Γυναίκα στο διάδρομο</b>	Άγγιγμα με Lola→ Τρακάρισμα, εγκεφαλικά νεκρή	Περνάει, κοιτιούνται απλώς → Ερωτεύεται φύλακα τράπεζας	-
<b>Μπαμπάς/Lola</b>	Φωνές, την πετάει έξω, "δεν είσαι δικό μου παιδί"	Τσακωμός, τη χαστουκίζει, Lola ληστεύει τράπεζα	*split
<b>Ασθενοφόρο (1)</b>	Σταματά μπροστά στη μεταφορά μεγάλου γυαλιού, η Lola το προσπερνά τρέχοντας	Πέφτει πάνω στο τζάμι και το σπάει	Σταματά ακριβώς πριν το γυαλί

<b>Split οθόνης</b>	Split: Manni/ Lola/ ρολόι Lola έχει αργήσει, Manni ληστεύει σούπερ μάρκετ	Split: Manni/ Lola/ ρολόι Τη βλέπει, δε ληστεύει	Split: Lola/ μπαμπάς Manni δεν τη βλέπει, δεν υπάρχει ρολόι
<b>Ασθενοφόρο (2)</b>	Ασθενοφόρο στο background της ληστείας	Ασθενοφόρο σκοτώνει Manni	Lola χρησιμοποιεί ασθενοφόρο ως μέσο για να φτάσει στο Manni
<b>Συμβάν</b>	Lola&Manni ληστεύουν σούπερ μάρκετ, τους παγιδεύει αστυνομία, Lola πεθαίνει	Manni σκοτώνεται από ασθενοφόρο	Τρακάρισμα γκάνγκστερ, μπαμπά, οδηγού, Manni παίρνει λεφτά από αλήτη, Lola κερδίζει λεφτά σε καζίνο.
<b>Όνειρο</b>	Lola ρωτάει Manni αν την αγαπάει	Manni ρωτάει Lola τι θα έκανε αν πέθαινε	-
<b>Επανεκκίνηση</b>	"Αλλά δε θέλω να φύγω", τσάντα στον αέρα-τηλέφωνο στον αέρα, "σταματήστε", επανεκκίνηση	Lola χαϊδεύει Manni, αυτός λέει "όχι", αεροπλάνο-τηλέφωνο στον αέρα, επανεκκίνηση	Lola δε λέει σε Manni για τα λεφτά του καζίνο, τέλος



# Δευτερεύοντες Χαρακτήρες

- Polaroid
- Μετέπειτα ζωή
- Μεγάλες διαφορές

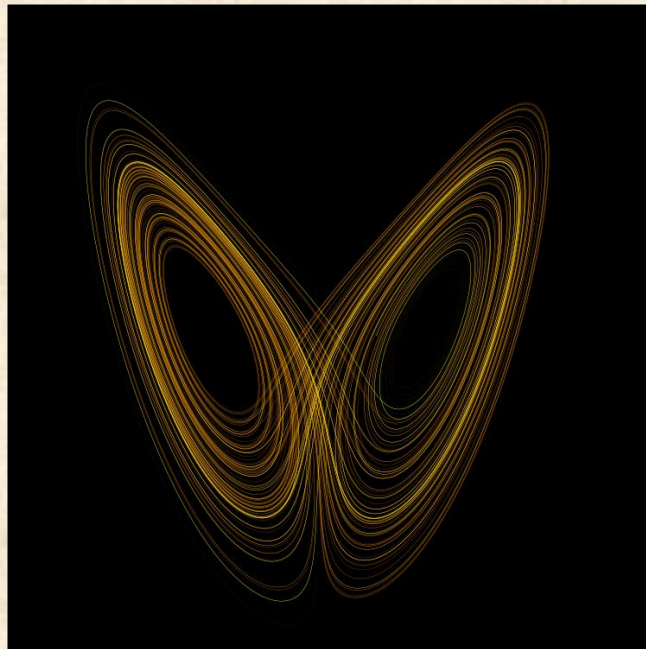
→ θεωρία του χάους

# Θεωρία Του Χάους

- Μελετά τη συμπεριφορά ορισμένων μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων, που είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα στις αρχικές συνθήκες
- Αιτιοκρατικά συστήματα
- Χαοτική συμπεριφορά:
  - φυσικά συστήματα
  - Χαοτικά μοντέλα, διαγράμματα επανάληψης, τομές Poincaré

# Το Φαινόμενο της Πεταλούδας

“Αν μια πεταλούδα κινήσει τα φτερά της στον Αμαζόνιο, μπορεί να φέρει βροχή στην Κίνα”



- Ε. Lorentz, δεκαετία 1960
- Αριθμητική επίλυση συστήματος διαφορικών εξισώσεων
- Καιρικά φαινόμενα απλουστευμένου μοντέλου ατμόσφαιρας
- Επανεισήγαγε νούμερα μικρότερης ακρίβειας → απόκλιση αποτελεσμάτων
- Εκθέτης Lyapunov  
2 τροχιές με αρχικό διαχωρισμό  $\delta Z_0$   
αποκλίνουν  $|\delta Z(t)| \approx e^{\lambda t} |\delta Z_0|$
- Θετικός μέγιστος εκθέτης Lyapunov → χαοτικό σύστημα

# Ο καλός, ο κακός και ο άσχημος

- Sergio Leone, 1996
- Σκηηνή: “Τρίο” 65 πλάνων



# Όλες οι πιθανές διατάξεις 3 αντικειμένων

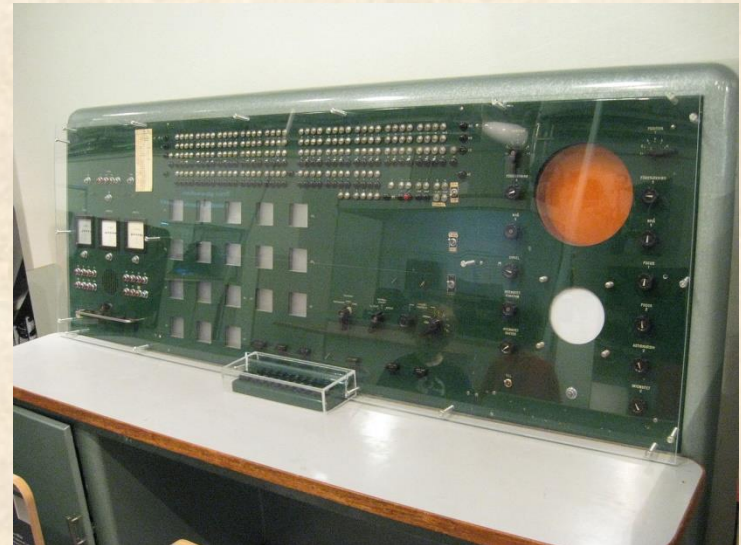




- $25 = 7 + 7 + 11$
- Αριθμός πλάνων όπλων ανάλογος αβεβαιότητας χαρακτήρα



- 1961
- Besk υπολογιστής
- 1986





- «Τα μαθηματικά είναι η γέφυρα που συνδέει το χάσμα της σύλληψης μιας ιδέας από τους καλλιτέχνες και της πραγματοποίησής της από τον υπολογιστή».

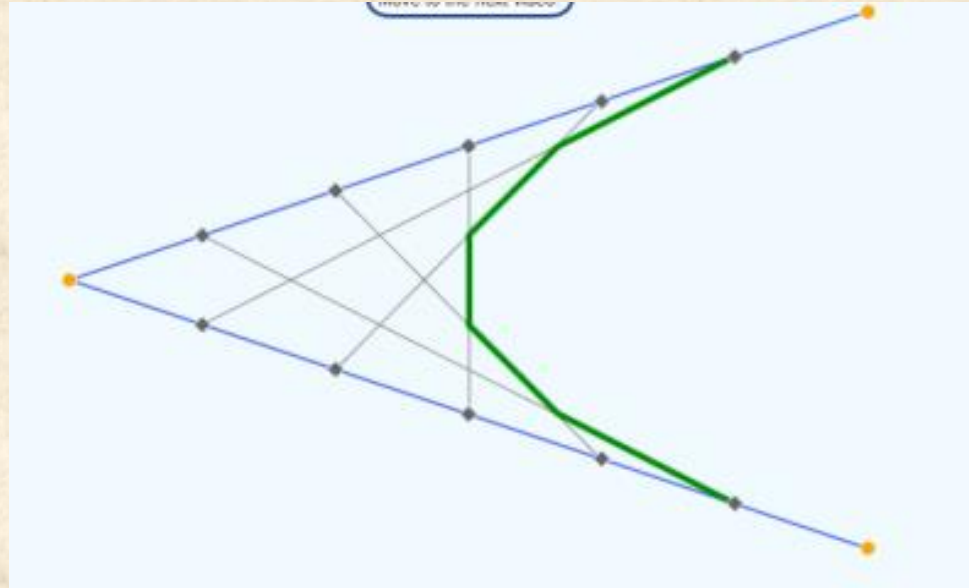
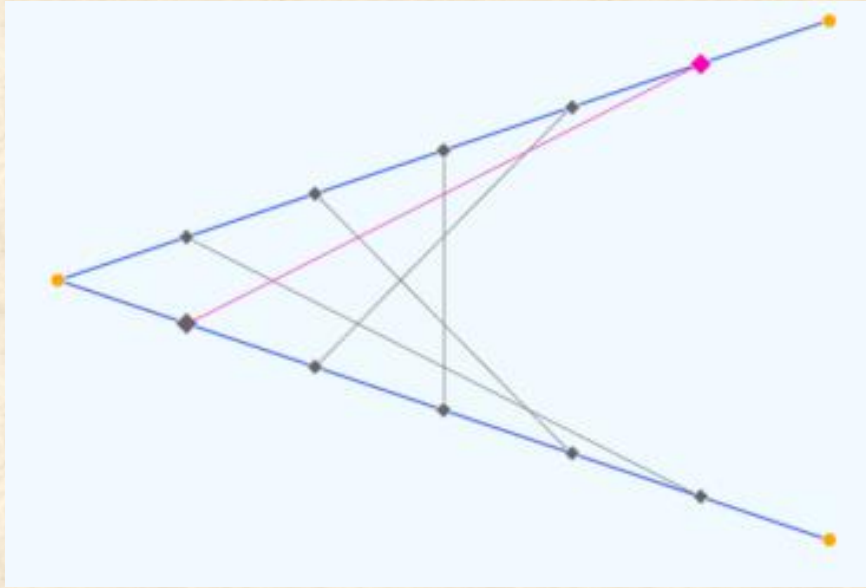


Disney · PIXAR

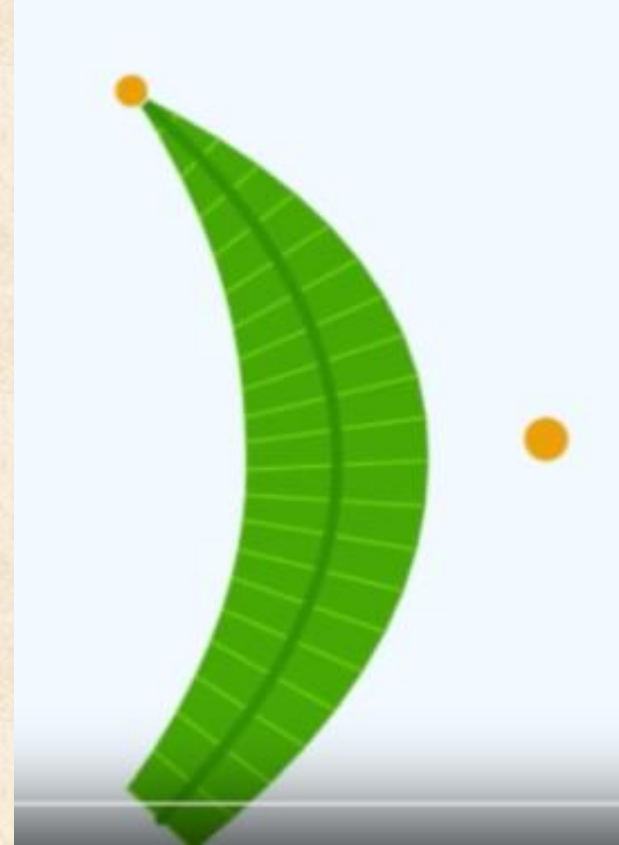
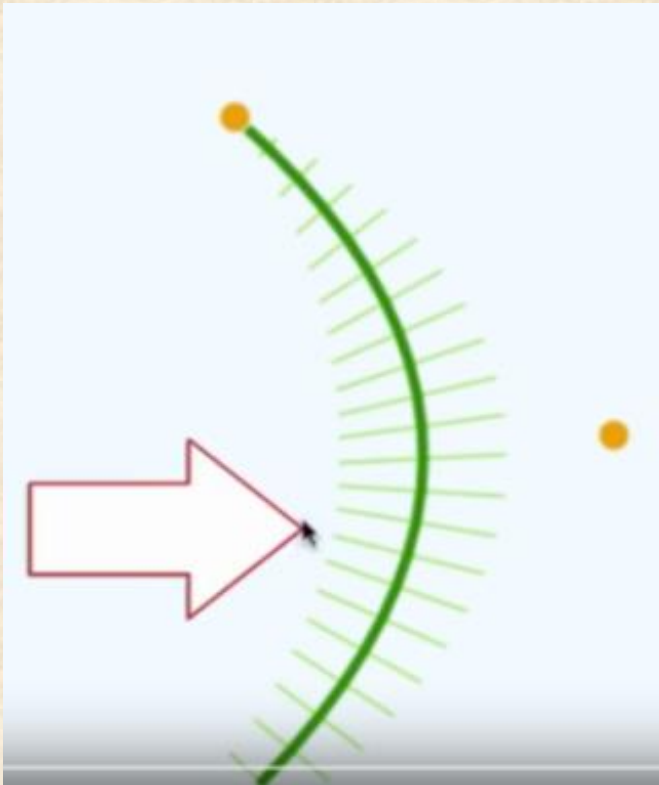
# BRAVE

CHANGE YOUR FATE

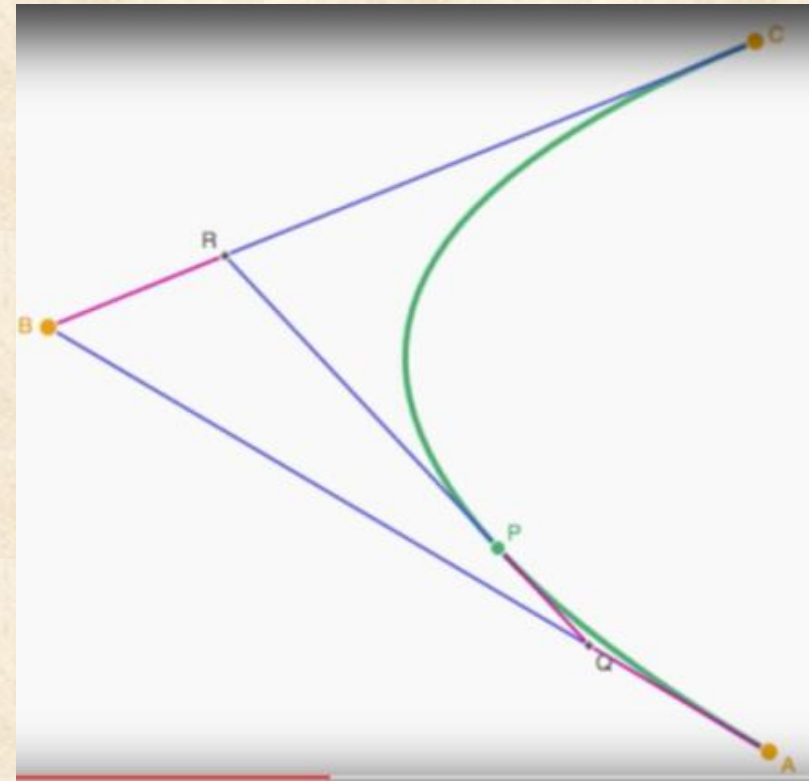
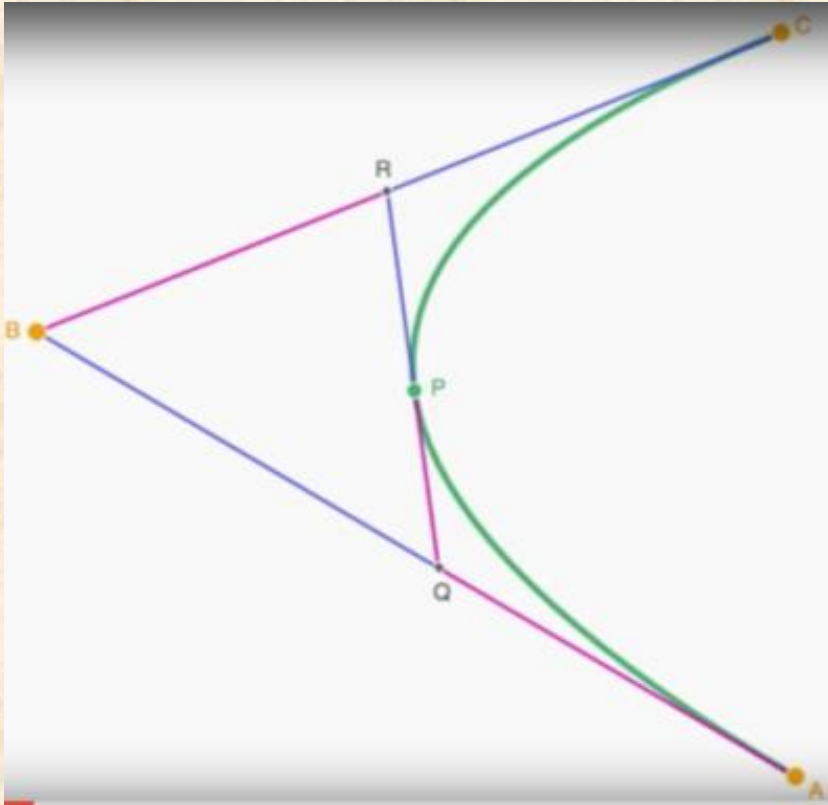
# String Art Construction



# Μέθοδος τριών βασικών σημείων

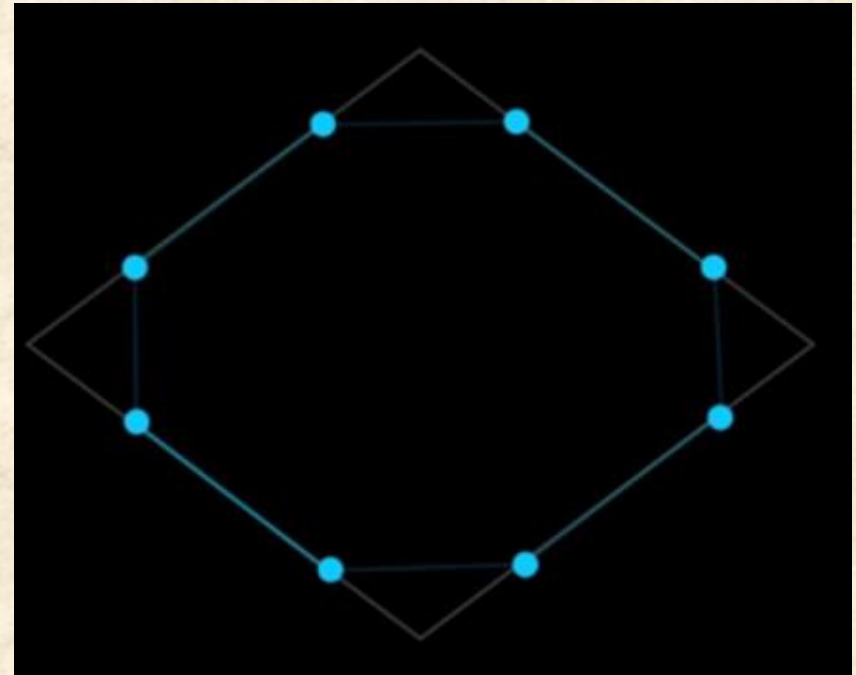
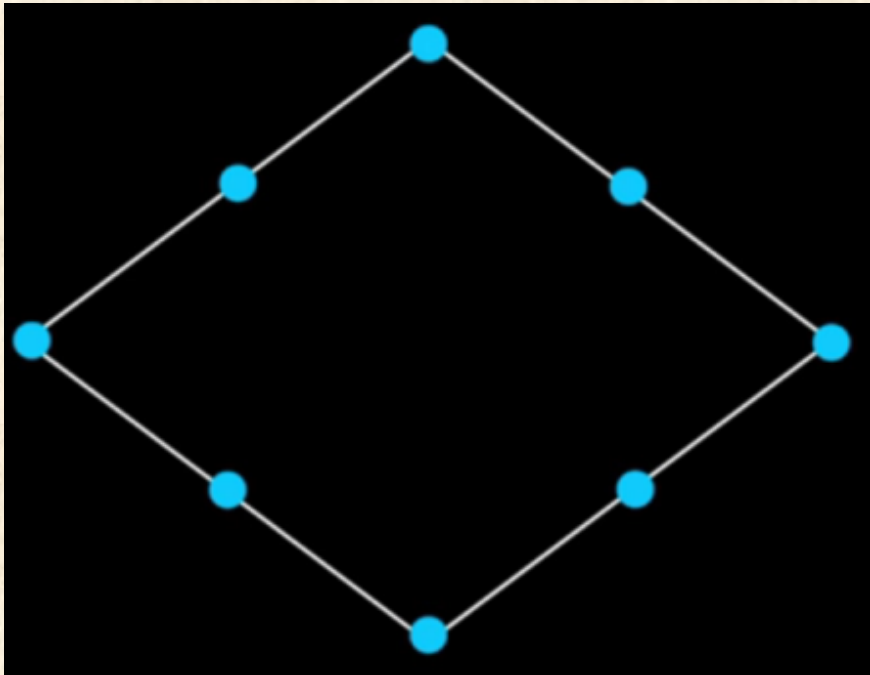


# Αλγόριθμος

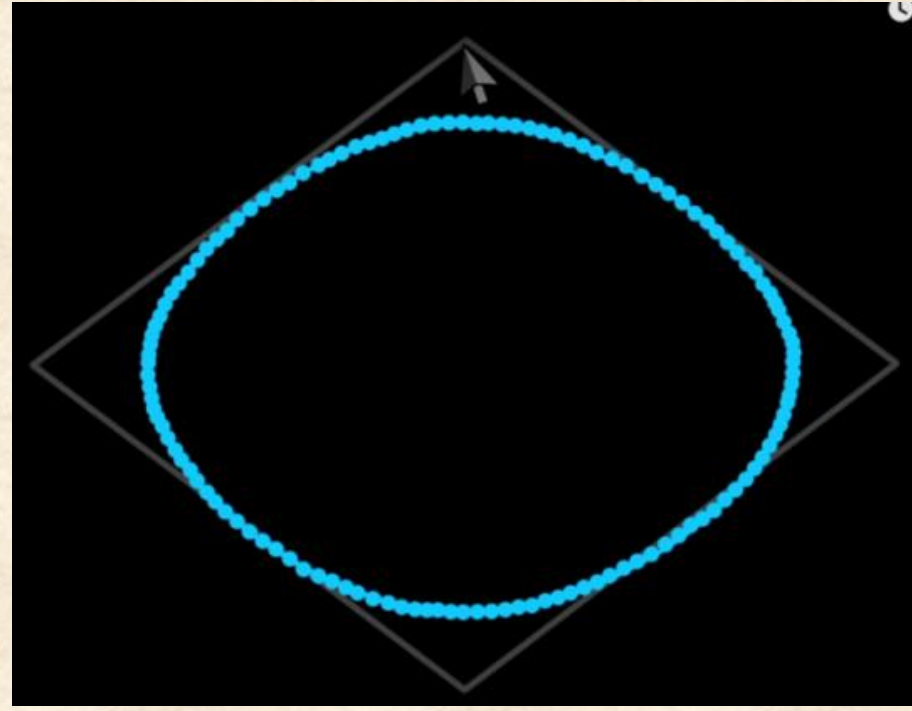
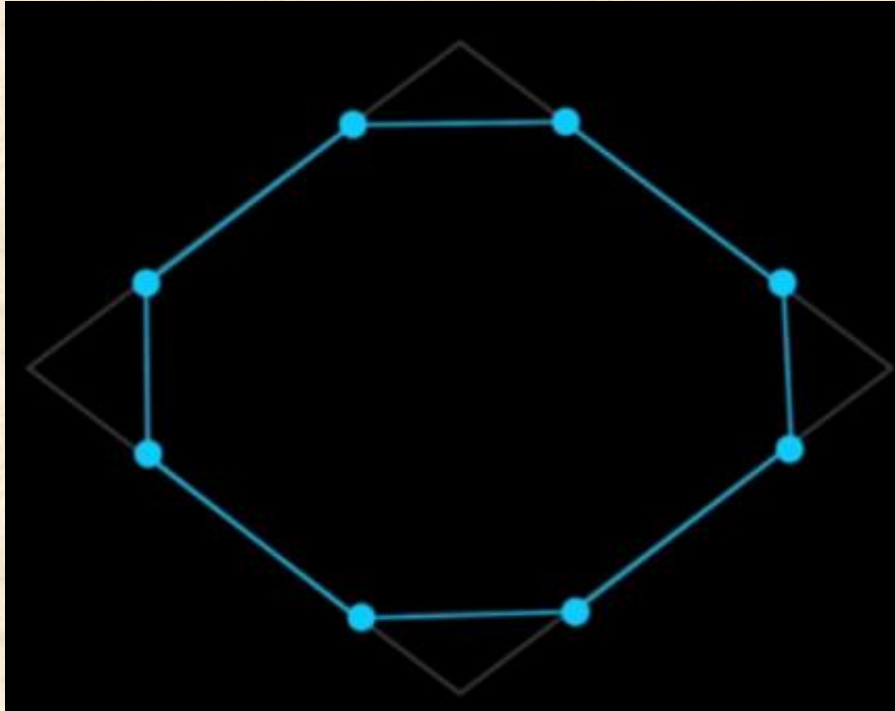


$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k (w_i x_i)}{\sum_{i=1}^k (w_i)} = \frac{w_1 x_1 + \dots + w_k x_k}{w_1 + \dots + w_k}$$

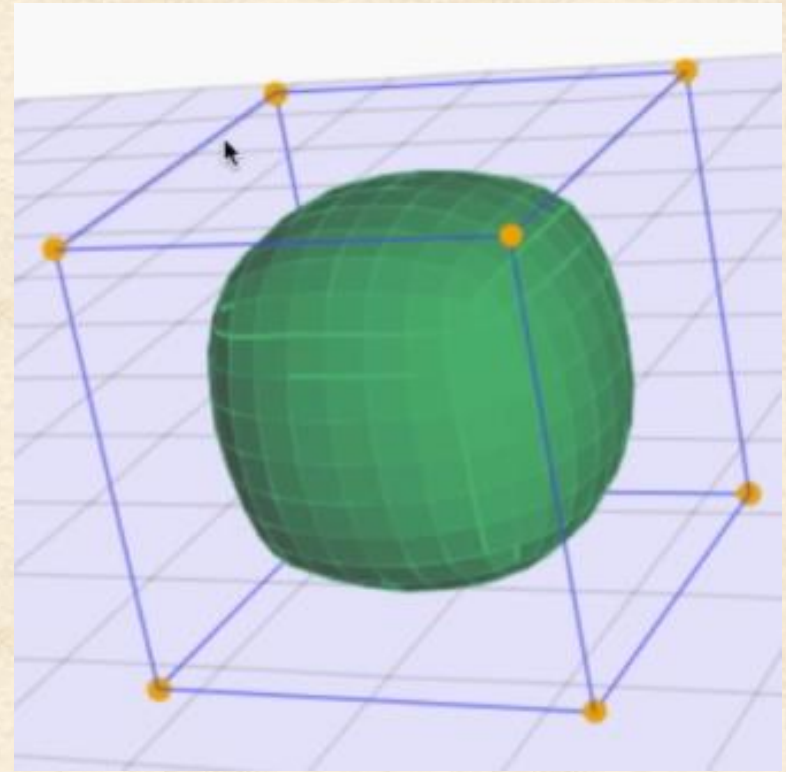
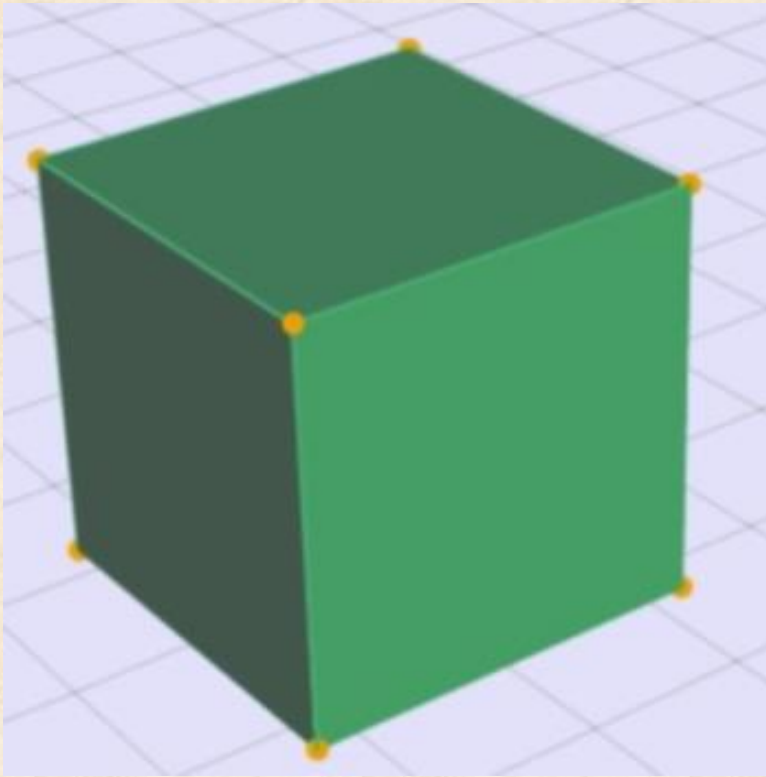
# Επιφάνειες υποδιαίρεσης



# Επιφάνειες υποδιαίρεσης



# Επιφάνειες Υποδιαίρεσης 3D





# Animation

- Straight ahead animation
- Animation με Γραμμική παρεμβολή

# Animation

- Straight ahead animation
- Animation με Γραμμική παρεμβολή
- Πολυώνυμο κατά Lagrange:
- $P_n(x) = \sum y_i L_i(x)$

$$L_i(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}, \quad i=0,\dots,n$$

## Πολυώνυμο κατά Newton:

- $P_n(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + \dots + a_n(x-x_0)\dots(x-x_{n-1})$

# Animation με τη βοήθεια του Matlab

