

# ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

## Σ.Η.Μ.Μ.Υ.- ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΙΙΙ

**Άσκηση 1** Ένας σπουδαστής παίρνει μέρος σε μια εξέταση που διενεργείται ως εξής: ένα κουτί περιέχει 10 ερωτήσεις, 7 από τις οποίες είναι από το κεφάλαιο 1 και 3 από το κεφάλαιο 2. Ο σπουδαστής επιλέγει τυχαία 2 από τις 10 ερωτήσεις και επιτυγχάνει στην εξέταση αν απαντήσει σωστά και στις δύο. Ο σπουδαστής έχει μελετήσει κυρίως το κεφάλαιο 1, και εκτιμάται ότι θα απαντήσει σωστά σε μια ερώτηση με πιθανότητα 80% αν αυτή είναι από το κεφάλαιο 1 και με πιθανότητα 30% αν αυτή είναι από το κεφάλαιο 2. Ποια η πιθανότητα να επιτύχει στην εξέταση; Δεδομένου ότι πέτυχε στην εξέταση, ποια η πιθανότητα να επέλεξε 2 ερωτήσεις από το κεφάλαιο 1;

**Άσκηση 2** Η έκφραση ενός κληρονομικού νοσήματος καθορίζεται γενετικά ως εξής. Κάθε άνθρωπος έχει ένα ζεύγος αλληλόμορφων γονιδίων, καθένα από τα οποία μπορεί να είναι είτε  $A$  είτε  $a$ . Έτσι, ο γονότυπος όπως λέμε κάθε ανθρώπου μπορεί να είναι είτε  $AA$ , είτε  $Aa$ , είτε  $aa$ . Το νόσημα εκφράζεται μόνο αν κάποιος έχει το γονότυπο  $aa$ . Κάθε παιδί κληρονομεί από ένα αλληλόμορφο γονίδιο από κάθε γονιό. Τα γονίδια κληρονομούνται ανεξάρτητα από τους δύο γονείς και κάθε γονίδιο του γονέα έχει την ίδια πιθανότητα να κληροδοτηθεί.

α) Βρείτε την πιθανότητα κάθε γονότυπου για ένα παιδί με γονείς που έχουν ο ένας γονότυπο  $AA$  και ο άλλος γονότυπο  $Aa$ .

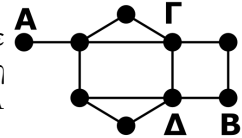
Στα παρακάτω ερωτήματα υποθέστε ότι κάθε γονιός έχει γονότυπο  $AA$ ,  $Aa$  ή  $aa$  με πιθανότητα 0,81, 0,18 και 0,01 αντίστοιχα και ανεξάρτητα από τον άλλο.

β) Υπολογίστε την πιθανότητα το πρώτο παιδί τους να εκφράσει το νόσημα.

γ) Υπολογίστε την πιθανότητα το πρώτο και το δεύτερο παιδί τους να εκφράσουν το νόσημα.

δ) Υπολογίστε την πιθανότητα το δεύτερο παιδί να εκφράσει το νόσημα δεδομένου ότι το πρώτο παιδί έχει εκφράσει το νόσημα.

**Άσκηση 3** Στο δίκτυο του διπλανού σχήματος οι κόμβοι είναι εξυπηρετητές, και κάθε σύνδεση είναι λειτουργική με πιθανότητα  $p$  ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες. Ποια είναι η πιθανότητα να υπάρχει λειτουργικός δίαυλος επικοινωνίας ανάμεσα στους εξυπηρετητές  $A$  και  $B$ ;



**Άσκηση 4** Μια αεροπορική εταιρεία έχει παρατηρήσει ότι 5% όσων έχουν αγοράσει εισιτήριο δεν εμφανίζεται για να ταξιδέψει. Τη σημερινή πτήση εκτελεί ένα αεροπλάνο με 200 θέσεις και η εταιρεία έχει πουλήσει 203 εισιτήρια. Ποια είναι η πιθανότητα να μην μπορέσει να εξυπηρετήσει ένα επιβάτη με εισιτήριο; Υποθέστε ότι αν  $A_i$  είναι το ενδεχόμενο να εμφανιστεί ο επιβάτης  $i$ , τα ενδεχόμενα  $A_i$  είναι ανεξάρτητα.

**Άσκηση 5** Σε μια  $8 \times 8$  σκακιέρα, πόσα είναι τα μονοπάτια ελαχίστου μήκους, με βήματα παράλληλα στους άξονες της σκακιέρας, που ξεκινούν από το κάτω αριστερά άκρο της και καταλήγουν στο πάνω δεξιά άκρο της;

**Άσκηση 6** Χρησιμοποιώντας τον τύπο του Stirling εκτιμήστε ποια είναι η πιθανότητα αν στρίψουμε ένα νόμισμα 2000 φορές να φέρουμε ακριβώς 1000 φορές γράμματα.

**Άσκηση 7** Στο παιχνίδι A ρίχνετε 6 ζάρια και κερδίζετε αν φέρετε τουλάχιστον 1 εξάρι. Στο παιχνίδι B ρίχνετε 12 ζάρια και κερδίζετε αν φέρετε τουλάχιστον 2 εξάρια. Σε ποιο από τα δύο παιχνίδια έχετε μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσετε;

**Άσκηση 8** \* Στην άσκηση 9 του 1ου Φυλλαδίου, υπολογίστε την πιθανότητα ο A να φέρει αυστηρά περισσότερες φορές γράμματα απ' ό,τι ο B.