

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Σ.Η.Μ.Μ.Υ. ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2013

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ II Ημερομηνία παράδοσης 20/12/2013

Άσκηση 1 Ρίχνουμε ένα ζάρι τρεις φορές. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε τρία διαφορετικά αποτελέσματα;

Άσκηση 2 Ένα κουτί περιέχει 90 κανονικές και 10 ελαττωματικές βίδες. Αν διαλέξετε 10 βίδες στην τύχη από το κουτί ποια είναι η πιθανότητα να είναι όλες κανονικές;

Άσκηση 3 Ένας φοιτητής απαντά σε ένα διαγώνισμα με ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής εντελώς στην τύχη. Αν κάθε ερώτηση έχει 5 πιθανές απαντήσεις και το διαγώνισμα έχει 10 ερωτήσεις, υπολογίστε την πιθανότητα να απαντήσει σωστά σε τουλάχιστον 5 ερωτήσεις.

Άσκηση 4 Έχετε τρία φαινομενικά ίδια νομίσματα. Τα δύο από αυτά είναι τίμια ενώ το τρίτο σε κάθε στρίψιμο έχει πιθανότητα $\frac{2}{3}$ να φέρει γράμματα. Επιλέγετε τυχαία ένα από τα τρία νομίσματα, το στρίβετε 3 φορές και φέρνετε τρεις φορές γράμματα. Ποια είναι η πιθανότητα να έχετε επιλέξει το κίβδηλο;

Άσκηση 5 Μια εργαστηριακή εξέταση έχει σχεδιαστεί για να ανιχνεύει την ύπαρξη ενός ιού στο αίμα. Έχει βρεθεί ότι αν κάποιος είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική για τον ιό με πιθανότητα 95%. Αντίθετα, αν κάποιος δεν είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική με πιθανότητα 2% (λέμε τότε ότι το αποτέλεσμα είναι ψευδώς θετικό.)

α) Αν η συχνότητα εμφάνισης του ιού στον πληθυσμό μιας πόλης είναι 1%, βρείτε την πιθανότητα να είναι φορέας του ιού ένα άτομο με θετικό αποτέλεσμα εξέτασης;

β) Βρείτε την ίδια πιθανότητα αν επιλέξουμε το άτομο από το νοσοκομείο της πόλης, όπου 30% από τους νοσηλευόμενους είναι φορείς του ιού.

Άσκηση 6 Δύο κληρωτίδες, η A και η B, περιέχουν από 8 σφαιρίδια η καθεμία. Στην A υπάρχουν 5 άσπρα και 3 μαύρα, ενώ στη B, 1 άσπρο και 7 μαύρα. Επιλέγουμε τυχαία μία κληρωτίδα και από αυτή βγάζουμε δύο σφαιρίδια το ένα μετά το άλλο χωρίς επανατοποθέτηση. Αν και τα δύο σφαιρίδια ήταν μαύρα, ποια η πιθανότητα να βγίχαν από την κληρωτίδα A; Πόσο αλλάζει η πιθανότητα, αν η επιλογή των σφαιριδίων γίνεται με επανατοποθέτηση;

Άσκηση 7 Ένα μοντέλο προτείνει ότι η πιθανότητα ένα ζευγάρι να έχει k ακριβώς παιδιά είναι $p_k = \left(\frac{11}{23}\right)^k$, για $k = 1, 2, \dots$. Ποια πιθανότητα αποδίδει το μοντέλο στο ενδεχόμενο να μην αποκτήσει παιδιά ένα ζευγάρι; Ποια είναι η πιθανότητα κατά το μοντέλο οι θυγατέρες ενός ζευγαριού να είναι ακριβώς 2;

Άσκηση 8 Επαναλαμβάνουμε ρίψεις ενός τίμιου ζαριού. Ποια είναι η πιθανότητα να μην εμφανιστεί 1 ή 6 στις πρώτες 5 ζαριές; Ποια είναι η πιθανότητα να εμφανιστεί 6 πριν εμφανιστεί 1 ή 2; Ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε 3 φορές 6 πριν φέρουμε για πρώτη φορά 1 ή 2;

Άσκηση 9 *Στην ταινία “Τρέξε Λόλα τρέξε” η Λόλα έχει 1.000 μάρκα και χρειάζεται να συγκεντρώσει 1.000.000 μάρκα για να σώσει τον φίλο της Ντόνι από τα χέρια της μαφίας. Η Λόλα μπαίνει σ’ ένα καζίνο και προσπαθεί να συγκεντρώσει το ποσό στη ρουλέτα. Μπορεί είτε να ποντάρει σε αριθμό με πιθανότητα επιτυχίας $\frac{1}{38}$ οπότε και παίρνει 36 φορές το ποντάρισμά της αν νικήσει, είτε σε χρώμα με πιθανότητα επιτυχίας $\frac{18}{38}$ οπότε και παίρνει 2 φορές το ποντάρισμά της αν νικήσει. Η Λόλα θέλει να επιλέξει ανάμεσα σε δύο στρατηγικές. Είτε να ποντάρει συνέχεια 1 μάρκο σε χρώμα μέχρι να συγκεντρώσει το ποσό που χρειάζεται ή να χάσει, είτε να ποντάρει όλο το ποσό της σε έναν αριθμό και αν κερδίσει να ποντάρει πάλι τα πάντα στον ίδιο αριθμό. Ποια στρατηγική έχει μεγαλύτερη πιθανότητα επιτυχίας;