

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Σ.Η.Μ.Μ.Υ. - ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ XII

Άσκηση 1 Για τον προσδιορισμό της σκληρότητας αλουμινίου έγιναν 16 μετρήσεις και προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

12,4 11,4 11,7 12,3 12,0 13,0 10,9 11,8
13,5 13,1 11,8 12,1 11,7 10,6 12,2 12,8

Να κατασκευαστεί ένα 0,95-διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης σκληρότητας.

Άσκηση 2 Τεμάχια από πολυαιθυλένιο εξετάζονται ως προς την ελαστικότητά τους μετρώντας την επιμήκυνση $X(\%)$ που υφίστανται σε ορισμένο φορτίο. Από τυχαίο δείγμα 20 τεμαχίων προέκυψε μέσος $\bar{x} = 625\%$ και διασπορά $s^2 = 0,34 \times 10^4$. Να κατασκευαστούν τα 0,95-διαστήματα εμπιστοσύνης (δ.ε.) του μέσου μ και της διασποράς σ^2 της τ.μ. X .

Άσκηση 3 Δύο μηχανές κόβουν σιδηρές ράβδους. Δύο τυχαία δείγματα μεγέθους $n_1 = 41$ και $n_2 = 31$ από τις παραγωγές τους έδωσαν αντίστοιχα $\bar{x}_1 = 64$ ενςμ, $s_1 = 0,9$ cm και $\bar{x}_2 = 60$ ενςμ, $s_2 = 0,7$ cm. Να κατασκευαστεί ένα 0,95-δ.ε. της διαφοράς $\mu_1 - \mu_2$ των μέσων μηκών των σιδηρών ράβδων.

Άσκηση 4 Δύο μηχανές κατασκευάζουν πυκνωτές. Από τυχαία δείγματα μεγέθους $n_1 = 16$ και $n_2 = 13$ προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα $\bar{X}_1 = 52\mu F$, $\bar{X}_2 = 48\mu F$, $S_1 = 4\mu F$, $S_2 = 6\mu F$. Να κατασκευαστούν:

α) ένα 0,98-δ.ε. του λόγου σ_1^2/σ_2^2 .

β) Ένα 0,95-δ.ε. της διαφοράς $\mu_1 - \mu_2$, δεχόμενοι ισότητα των διασπορών.

Άσκηση 5 Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν σε πωλήσεις (σε δισ. δολάρια) ημιαγωγών ανά τρίμηνο από τις αρχές του 1985 ως τα μέσα του 1986.

| | 1 - 3/85 | 4 - 6/85 | 7 - 9/85 | 10 - 12/85 | 1 - 3/86 | 3 - 6/86 |
|---------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|
| ΙΑΠΩΝΙΑ | 1881 | 1888 | 1853 | 1976 | 2229 | 2631 |
| ΗΠΑ | 2282 | 2066 | 1893 | 1850 | 1946 | 2205 |

Να κατασκευαστεί ένα 0,90-δ.ε. της διαφοράς των μέσων τριμηνιαίων πωλήσεων.

Άσκηση 6 Σε ένα τυχαίο δείγμα 50 εξαρτημάτων βρέθηκαν 5 ελαττωματικά. Να κατασκευαστεί ένα 0,95-δ.ε. του ποσοστού p των ελαττωματικών εξαρτημάτων στην παραγωγή.

Άσκηση 7 Δύο παραγωγικές διαδικασίες έδωσαν 12 και 20 ελαττωματικά εξαρτήματα σε τυχαία δείγματα των 300 και 400 εξαρτημάτων αντίστοιχα. Να κατασκευαστεί ένα 0,95-δ.ε. της διαφοράς $p_1 - p_2$.

Άσκηση 8 Η διάρκεια ζωής ενός εξαρτήματος είναι τ.μ. $X(h)$ με σ.π.π. $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-300}{\theta}}$ για $x > 300$ και 0 διαφορετικά. Σε 80 από τα 100 εξαρτήματα η διάρκεια ζωής ξεπέρασε τις 900h. Να κατασκευαστεί ένα 0,95-δ.ε. της παραμέτρου θ .

Άσκηση 9 Έστω τ.μ. X με σ.π.π. $f(x) = 2\alpha x e^{-\alpha x^2}$ όταν $x > 0$ και 0 διαφορετικά, όπου $\alpha > 0$ άγνωστη παράμετρος.

α) Βρείτε την κατανομή της τ.μ. $Y = 2\alpha X^2$.

β) Αν X_1, \dots, X_{10} τυχαίο δείγμα από την X βρείτε την κατανομή της τ.μ. $T = \sum_{i=1}^{10} 2\alpha X_i^2$.

γ) Κατασκευάστε ένα γ-δ.ε. για την παράμετρο α .