

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Σ.Η.Μ.Μ.Υ. ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2012

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ II Ημερομηνία παράδοσης 9/11/2012

Άσκηση 1 Έχει παρατηρηθεί ότι μια ποδοσφαιρική ομάδα στο 70% των αγώνων της στο πρωτάθλημα ακολουθεί το σύστημα Α (σφιχτή άμυνα) ενώ στο 30% ακολουθεί το σύστημα Β (πίεση ψηλά.) Ένας επιθετικός της ομάδας σκοράρει στο 20% των αγώνων που η ομάδα αγωνίστηκε με το σύστημα Α και στο 50% των αγώνων που η ομάδα αγωνίστηκε με το σύστημα Β. Αν γνωρίζετε ότι ο επιθετικός σκόραρε σε ένα συγκεκριμένο παιχνίδι ποια είναι η πιθανότητα η ομάδα να αγωνίστηκε με το σύστημα Β;

Άσκηση 2 Έχετε τρία φαινομενικά ίδια νομίσματα. Τα δύο από αυτά είναι τίμια ενώ το τρίτο σε κάθε στρίψιμο έχει πιθανότητα $\frac{2}{3}$ να φέρει γράμματα. Επιλέγετε τυχαία ένα από τα τρία νομίσματα, το στρίβετε 3 φορές και φέρνετε τρεις φορές γράμματα. Ποια είναι η πιθανότητα να έχετε επιλέξει το κίβδηλο;

Άσκηση 3 Μια εργαστηριακή εξέταση έχει σχεδιαστεί για να ανιχνεύει την ύπαρξη ενός ιού στο αίμα. Έχει βρεθεί ότι αν κάποιος είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική για τον ιό με πιθανότητα 95%. Αντίθετα, αν κάποιος δεν είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική με πιθανότητα 2% (λέμε τότε ότι το αποτέλεσμα είναι ψευδώς θετικό.)

α) Αν η συχνότητα εμφάνισης του ιού στον πληθυσμό μιας πόλης είναι 1%, βρείτε την πιθανότητα να είναι φορέας του ιού ένα άτομο με θετικό αποτέλεσμα εξέτασης;

β) Βρείτε την ίδια πιθανότητα αν επιλέξουμε το άτομο από το νοσοκομείο της πόλης, όπου 30% από τους νοσηλευόμενους είναι φορείς του ιού.

Άσκηση 4 Η έκφραση ενός κληρονομικού νοσήματος καθορίζεται γενετικά ως εξής. Κάθε άνθρωπος έχει ένα ζεύγος αλληλόμορφων γονιδίων, καθένα από τα οποία μπορεί να είναι είτε Α είτε α. Έτσι, ο γονότυπος όπως λέμε κάθε ανθρώπου μπορεί να είναι είτε ΑΑ, είτε Αα, είτε αα. Το νόσημα εκφράζεται μόνο αν κάποιος έχει το γονότυπο αα. Κάθε παιδί κληρονομεί από ένα αλληλόμορφο γονίδιο από κάθε γονιό. Τα γονίδια κληρονομούνται ανεξάρτητα από τους δύο γονείς και κάθε γονίδιο του γονέα έχει την ίδια πιθανότητα να κληροδοτηθεί.

α) Βρείτε την πιθανότητα κάθε γονότυπου για ένα παιδί με γονείς που έχουν ο ένας γονότυπο ΑΑ και ο άλλος γονότυπο Αα.

Στα παρακάτω ερωτήματα υποθέστε ότι κάθε γονιός έχει γονότυπο ΑΑ, Αα ή αα με πιθανότητα 0,81, 0,18 και 0,01 αντίστοιχα και ανεξάρτητα από τον άλλο.

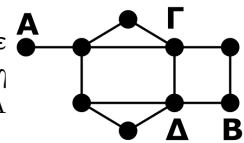
β) Υπολογίστε την πιθανότητα το πρώτο παιδί τους να εκφράσει το νόσημα.

γ) Υπολογίστε την πιθανότητα το πρώτο και το δεύτερο παιδί τους να εκφράσουν το νόσημα.

δ) Υπολογίστε την πιθανότητα το δεύτερο παιδί να εκφράσει το νόσημα δεδομένου ότι το πρώτο παιδί έχει εκφράσει το νόσημα.

Άσκηση 5 Επαναλαμβάνουμε ρίψεις ενός τίμιου ζαριού. Ποια είναι η πιθανότητα να μην εμφανιστεί 1 ή 6 στις πρώτες 5 ζαριές; Ποια είναι η πιθανότητα να εμφανιστεί 6 πριν εμφανιστεί 1 ή 2; Ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε 3 φορές 6 πριν φέρουμε για πρώτη φορά 1 ή 2;

Άσκηση 6 Στο δίκτυο του διπλανού σχήματος οι κόμβοι είναι εξυπηρετητές, και κάθε σύνδεση είναι λειτουργική με πιθανότητα p ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες. Ποια είναι η πιθανότητα να υπάρχει λειτουργικός δίαυλος επικοινωνίας ανάμεσα στους εξυπηρετητές Α και Β;



Άσκηση 7 *Στην ταινία “Τρέξε Λόλα τρέξε” η Λόλα έχει 1.000 μάρκα και χρειάζεται να συγκεντρώσει 1.000.000 μάρκα για να σώσει τον φίλο της Ντόνι από τα χέρια της μαφίας. Η Λόλα μπαίνει σ’ ένα καζίνο και προσπαθεί να συγκεντρώσει το ποσό στη ρουλέτα. Μπορεί είτε να ποντάρει σε αριθμό με πιθανότητα επιτυχίας $\frac{1}{38}$ οπότε και παίρνει 36 φορές το ποντάρισμά της αν νικήσει, είτε σε χρώμα με πιθανότητα επιτυχίας $\frac{18}{38}$ οπότε και παίρνει 2 φορές το ποντάρισμά της αν νικήσει. Η Λόλα θέλει να επιλέξει ανάμεσα σε δύο στρατηγικές. Είτε να ποντάρει συνέχεια 1 μάρκο σε χρώμα μέχρι να συγκεντρώσει το ποσό που χρειάζεται ή να χάσει, είτε να ποντάρει όλο το ποσό της σε έναν αριθμό και αν κερδίσει να ποντάρει πάλι τα πάντα στον ίδιο αριθμό. Ποια στρατηγική έχει μεγαλύτερη πιθανότητα επιτυχίας;