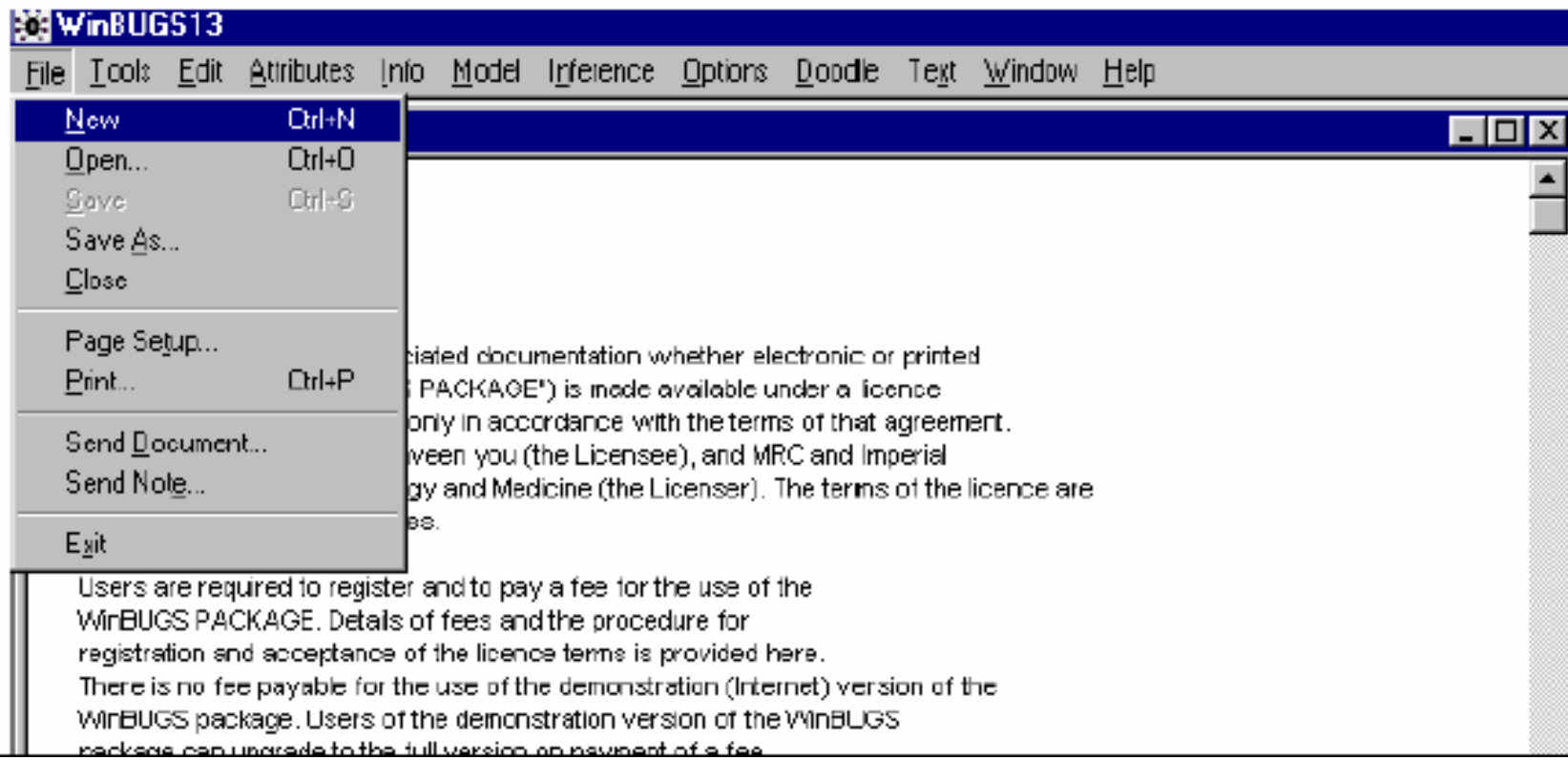


WinBUGS

Το **BUGS** (**B**ayesian inference **U**sing **G**ibbs **S**ampling) είναι ένα ελεύθερο λογισμικό στο διαδίκτυο (<http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/welcome.shtml>) το οποίο χρησιμοποιεί MCMC μεθόδους για την επίλυση προβλημάτων στην Μπεϋζιανή Στατιστική. Ξεκίνησε γύρω στο 1995 από μια ομάδα του MRC Biostatistics Unit στο Cambridge (Spiegelhalter, Gilks, Best, Thomas) με μία έκδοση μόνο για Unix ή Dos, ενώ το 1998 βγήκε η πρώτη του έκδοση για Windows το **WinBUGS**. Το BUGS χρησιμοποιεί ιεραρχικές μεθόδους για να προσομοιώσει από τις full conditionals, αρχικά προσπαθεί να βρει συζυγείς, και αν αποτύχει ψάχνει για κυρτότητα στην λογαριθμική κλίμακα έτσι ώστε να κάνει χρήση του adaptive rejection sampling. Αν και αυτό αποτύχει το κλασικό BUGS σταματά, ενώ το WinBUGS δουλεύει με Metropolis – Hastings. Στο συγκεκριμένο μάθημα θα χρησιμοποιήσουμε αποκλειστικά το WinBUGS.

Εκκίνηση

- Ξεκινάμε το WinBUGS
- Επιλέγουμε "New" στο μενού "File"



Κώδικας

- Γράφουμε τον κώδικα του μοντέλου ορίζοντας την εκ των προτέρων κατανομή για κάθε άγνωστη παράμετρο και την πιθανοφάνεια, ακολουθούμενο από τις αρχικές τιμές και τα δεδομένα.
- Ας θεωρήσουμε ως παράδειγμα για τα NB10 δεδομένα το εξής μοντέλο:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &\sim \text{SI-}\chi^2(\nu_0, \sigma_0^2) \\ (\mu|\sigma^2) &\sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{\kappa_0}\right) \\ (Y_i|\mu, \sigma^2) &\stackrel{\text{IID}}{\sim} N(\mu, \sigma^2).\end{aligned}$$

Κώδικας

```
model initial2;
{
#prior distribution
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)

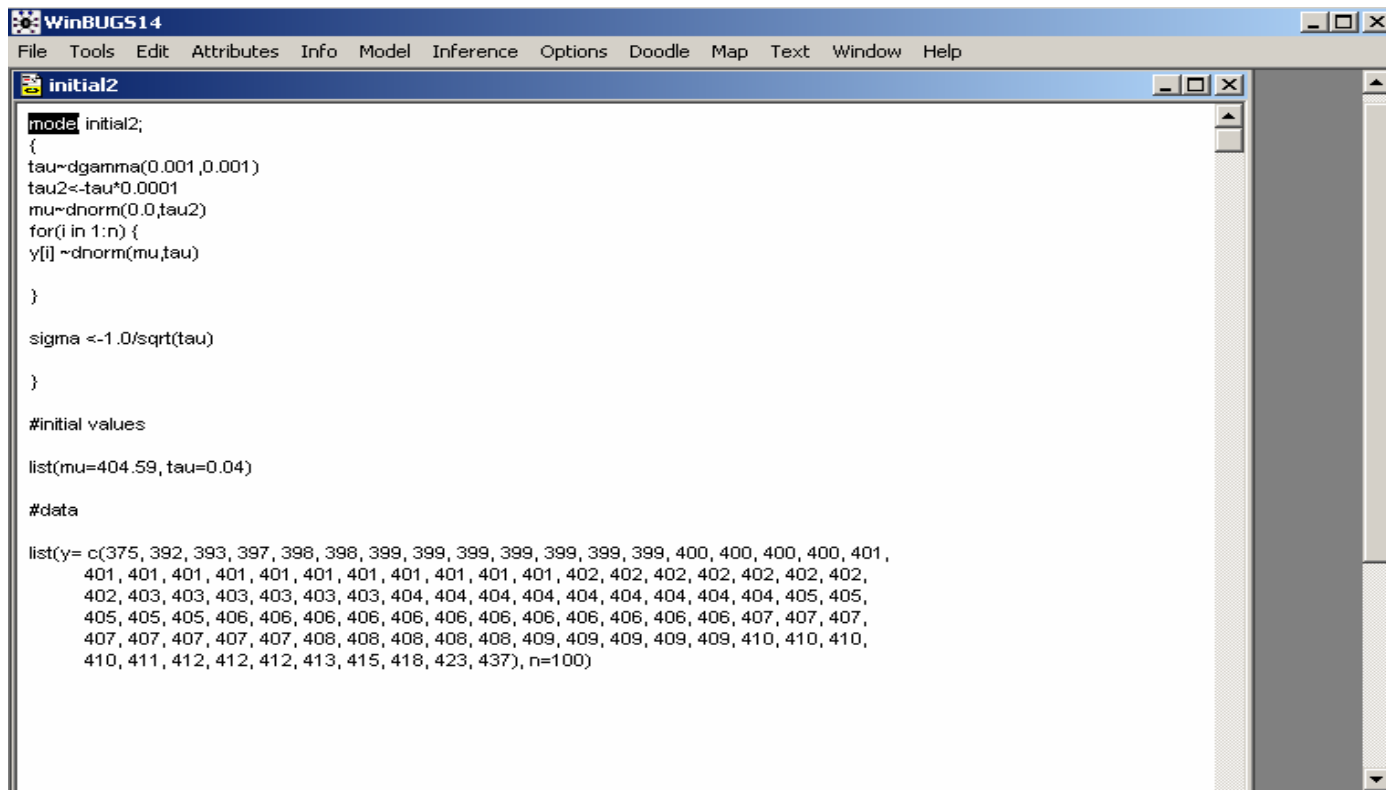
#likelihood
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400,
400, 400, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402,
402, 402, 402, 402, 402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404,
404, 404, 404, 405, 405, 405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406,
406, 406, 406, 407, 407, 407, 407, 407, 407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 409,
409, 409, 409, 409, 410, 410, 410, 410, 411, 412, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437),
n=100)
```

Έλεγχος Μοντέλου

- Ελέγχουμε το μοντέλο (check model)
 - Μαυρίζουμε (με double click) την εντολή model



```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

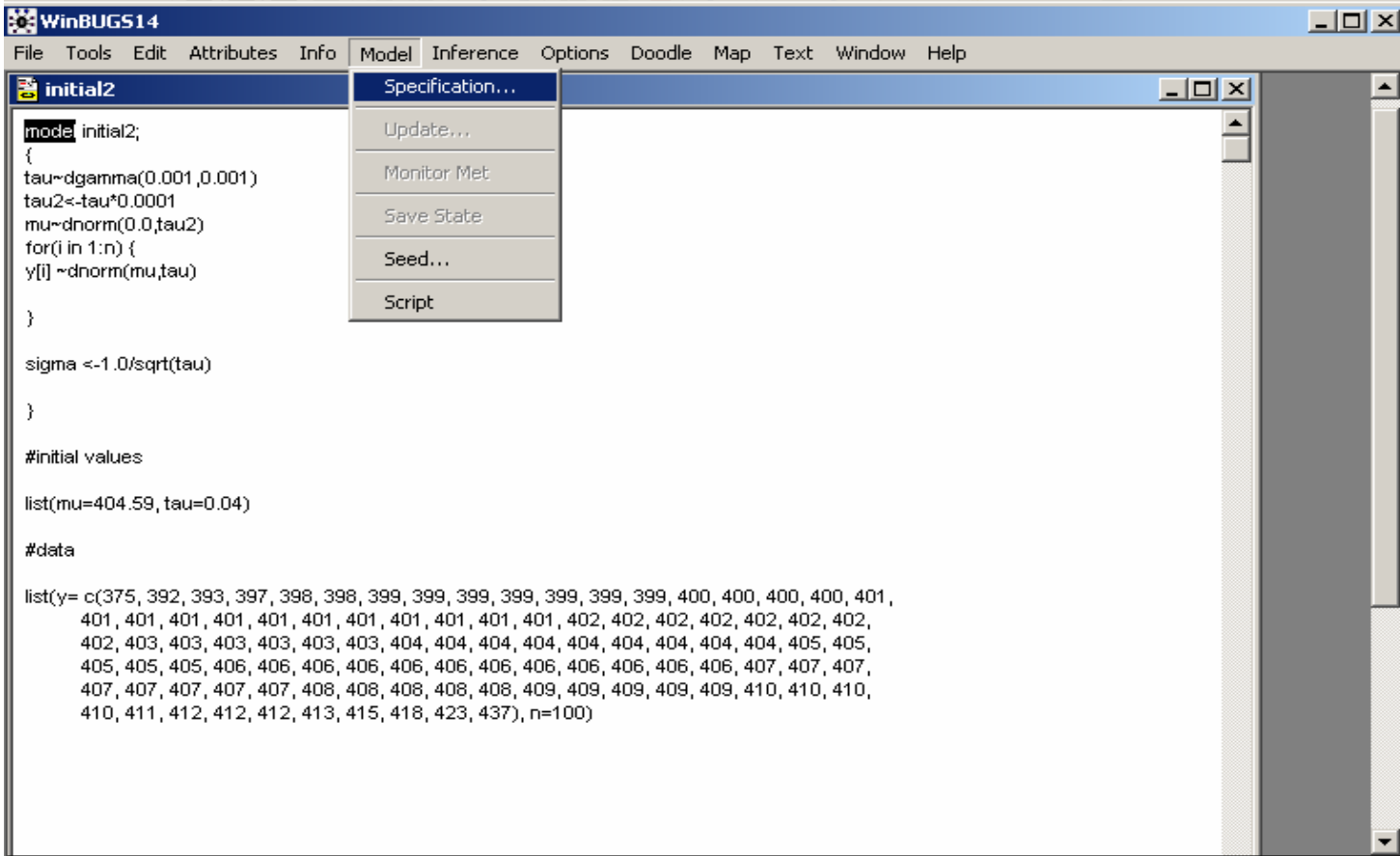
  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Έλεγχος Μοντέλου

- Επιλέγουμε "Specification" από το μενού "Model"



The screenshot shows the WinBUGS14 software interface. The 'Model' menu is open, and the 'Specification...' option is selected. The main window displays the following R code for a model named 'initial2':

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

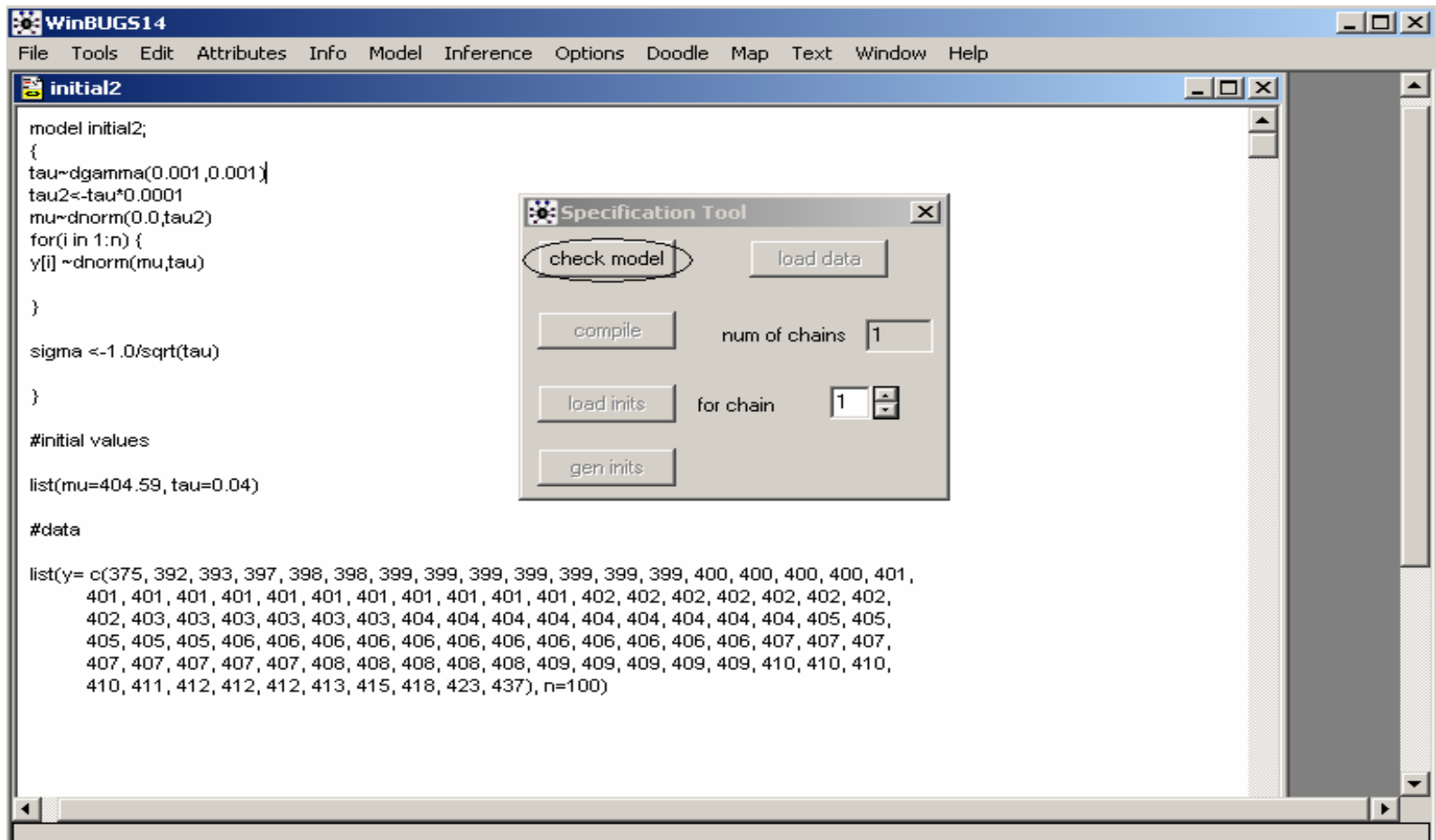
  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Έλεγχος Μοντέλου

- Επιλέγουμε το κουτί “Check Model”



The screenshot displays the WinBUGS14 interface. The main window, titled 'initial2', contains the following model code:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Overlaid on the main window is the 'Specification Tool' dialog box. The 'check model' button is circled in red. Other buttons include 'load data', 'compile', 'load inits', and 'gen inits'. The 'num of chains' is set to 1, and the 'for chain' dropdown is also set to 1.

Έλεγχος Μοντέλου

The screenshot shows the WinBUGS14 interface. The main window displays the following model code:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
  y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

A 'Specification Tool' dialog box is open, containing the following controls:

- check model
- load data
- compile
- num of chains: 1
- load inits
- for chain: 1
- gen inits

The status bar at the bottom of the WinBUGS14 window displays the message: "model is syntactically correct".

Model is syntactically correct

Φόρτωση Δεδομένων

- Φόρτωση Δεδομένων (Load Data)
 - Μαυρίζουμε (με double click) την εντολή list των δεδομένων

The screenshot shows the WinBUGS 14 interface. The main window displays a model file named 'initial2' with the following code:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}
}
sigma <-1.0/sqrt(tau)
}
}
#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

A 'Specification Tool' dialog box is overlaid on the model code, containing the following controls:

- Buttons: 'check model', 'load data', 'compile', 'load inits', 'gen inits'.
- Input fields: 'num of chains' with value '1', and 'for chain' with value '1'.

The status bar at the bottom indicates 'model is syntactically correct'.

Φόρτωση Δεδομένων

- Επιλέγουμε το κουτί “Load Data”

The screenshot shows the WinBUGS14 interface with a model named 'initial2' and a 'Specification Tool' dialog box. The model code is as follows:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

The 'Specification Tool' dialog box has the following buttons and controls:

- check model
- load data (highlighted with a red oval)
- compile
- num of chains: 1
- load inits
- for chain: 1
- gen inits

An arrow points from a box labeled 'data loaded' to the 'load data' button in the dialog box.

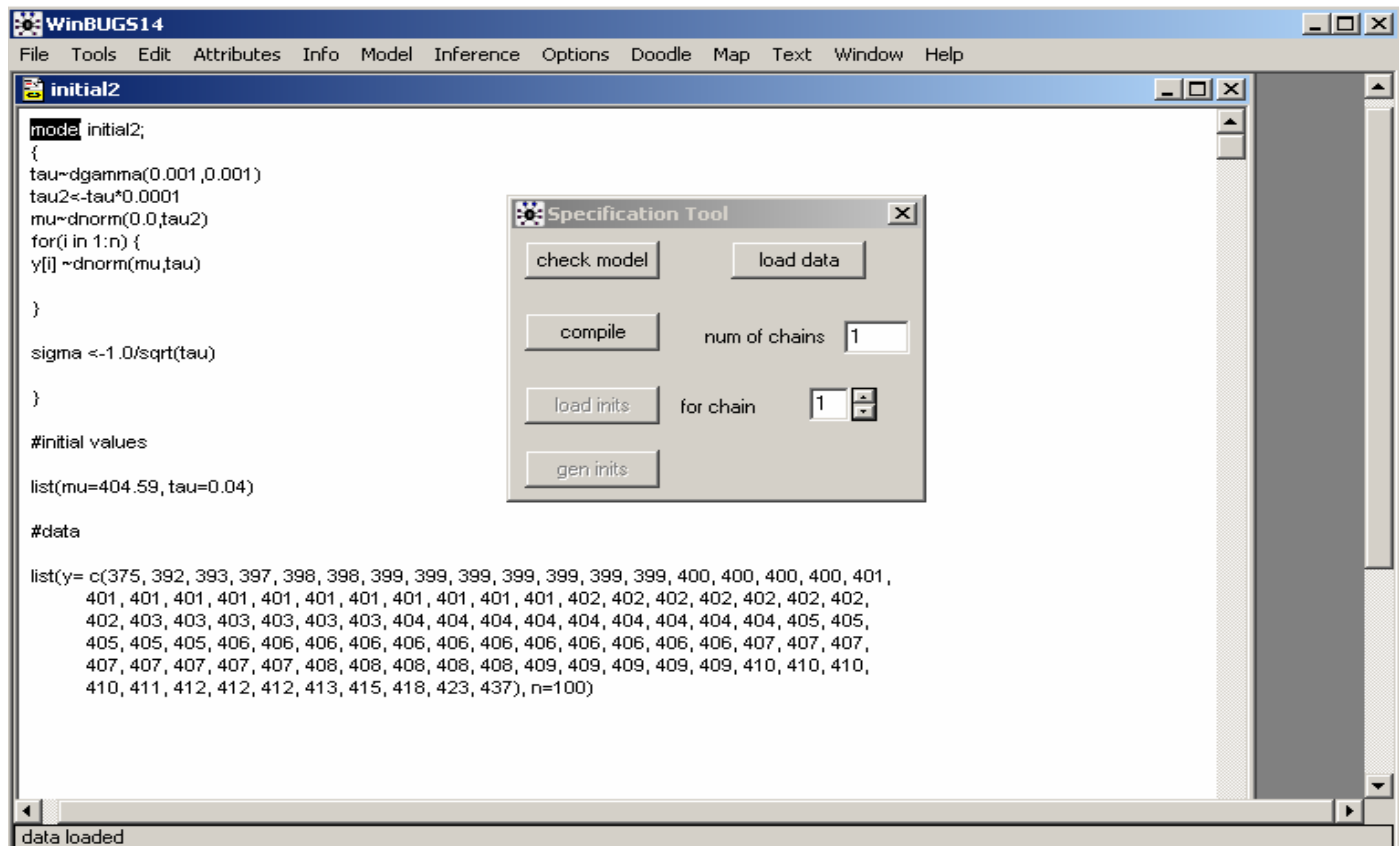
data loaded

Φόρτωση Δεδομένων

- Υπάρχουν και άλλοι τρόποι φόρτωσης δεδομένων όπως και διάταξης τους στον κώδικα. Για περισσότερες λεπτομέρειες ανατρέξτε στο εγχειρίδιο του WinBUGS.

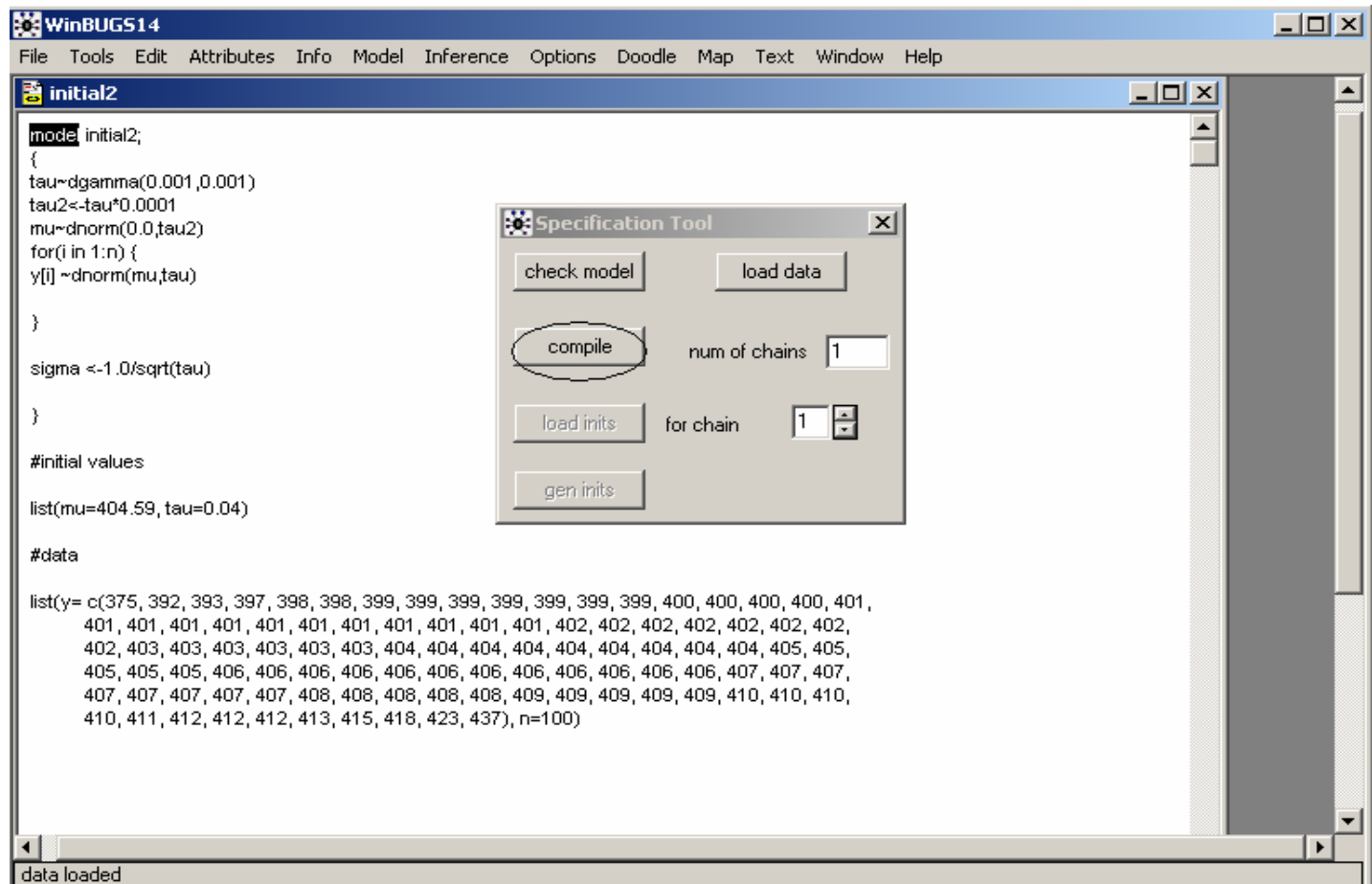
Εκκίνηση Μοντέλου

- Εκκίνηση Μοντέλου (Compile Model)
 - Μαυρίζουμε την εντολή model



Εκκίνηση Μοντέλου

- Επιλέγουμε το κουτί “compile”



The screenshot displays the WinBUGS14 interface. The main window, titled 'initial2', contains the following model code:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}
}
sigma <-1.0/sqrt(tau)
}
#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Overlaid on the main window is the 'Specification Tool' dialog box. It features several buttons: 'check model', 'load data', 'compile' (which is circled in red), 'load inits', and 'gen inits'. Additionally, it includes a 'num of chains' input field set to '1' and a 'for chain' dropdown menu also set to '1'. The status bar at the bottom of the WinBUGS window indicates 'data loaded'.

Εκκίνηση Μοντέλου

The screenshot shows the WinBUGS14 interface with a model named 'initial2'. The model code is as follows:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59,tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

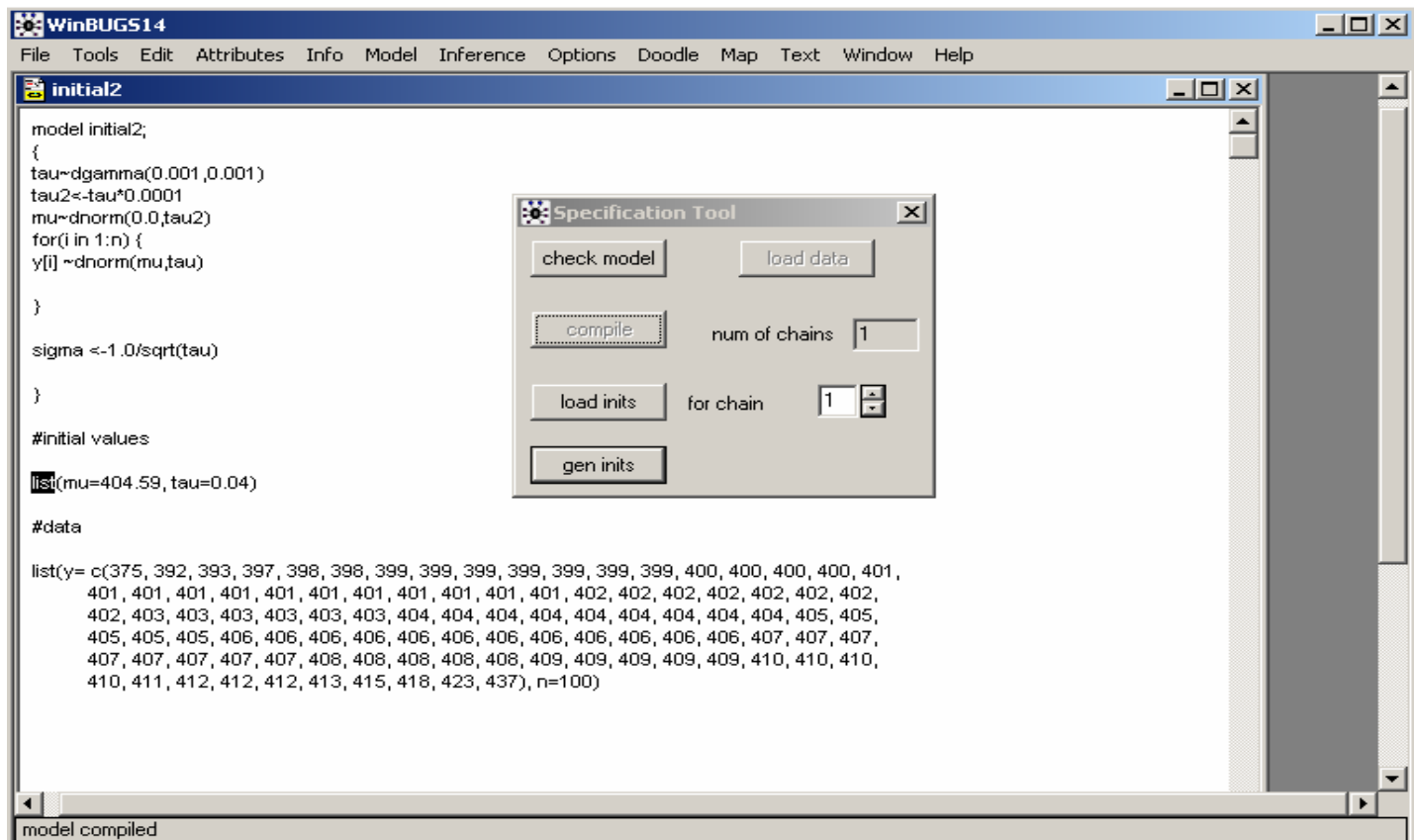
The 'Specification Tool' dialog box is open, showing the following options:

- check model
- load data
- compile
- num of chains: 1
- load inits
- for chain: 1
- gen inits

A callout box labeled 'Model compiled' points to the status bar at the bottom of the WinBUGS window, which displays 'model compiled'.

Αρχικές Τιμές

- Φόρτωση ή Προσομοίωση Αρχικών Τιμών
 - Μαυρίζουμε την εντολή `list` των αρχικών τιμών



The screenshot shows the WinBUGS14 software interface. The main window displays a model script for 'initial2'. The script includes parameters for τ , τ^2 , μ , and σ , and a loop for generating data points $y[i]$. A 'list' command is used to specify initial values for μ and τ . A 'Specification Tool' dialog box is open, showing options to check, compile, load, and generate initial values, with a 'num of chains' set to 1 and 'for chain' set to 1.

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<=tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data

list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Αρχικές Τιμές

- Επιλέγουμε το κουτί “load inits”

The screenshot shows the WinBUGS interface with a model named 'initial2'. The model code is as follows:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

The 'Specification Tool' dialog box is open, showing the following options:

- check model
- load data
- compile
- num of chains: 1
- load inits (highlighted)
- for chain: 1
- gen inits

A callout box on the left contains the text 'Model is initialized' with an arrow pointing to the status bar at the bottom of the WinBUGS window, which displays 'model is initialized'.

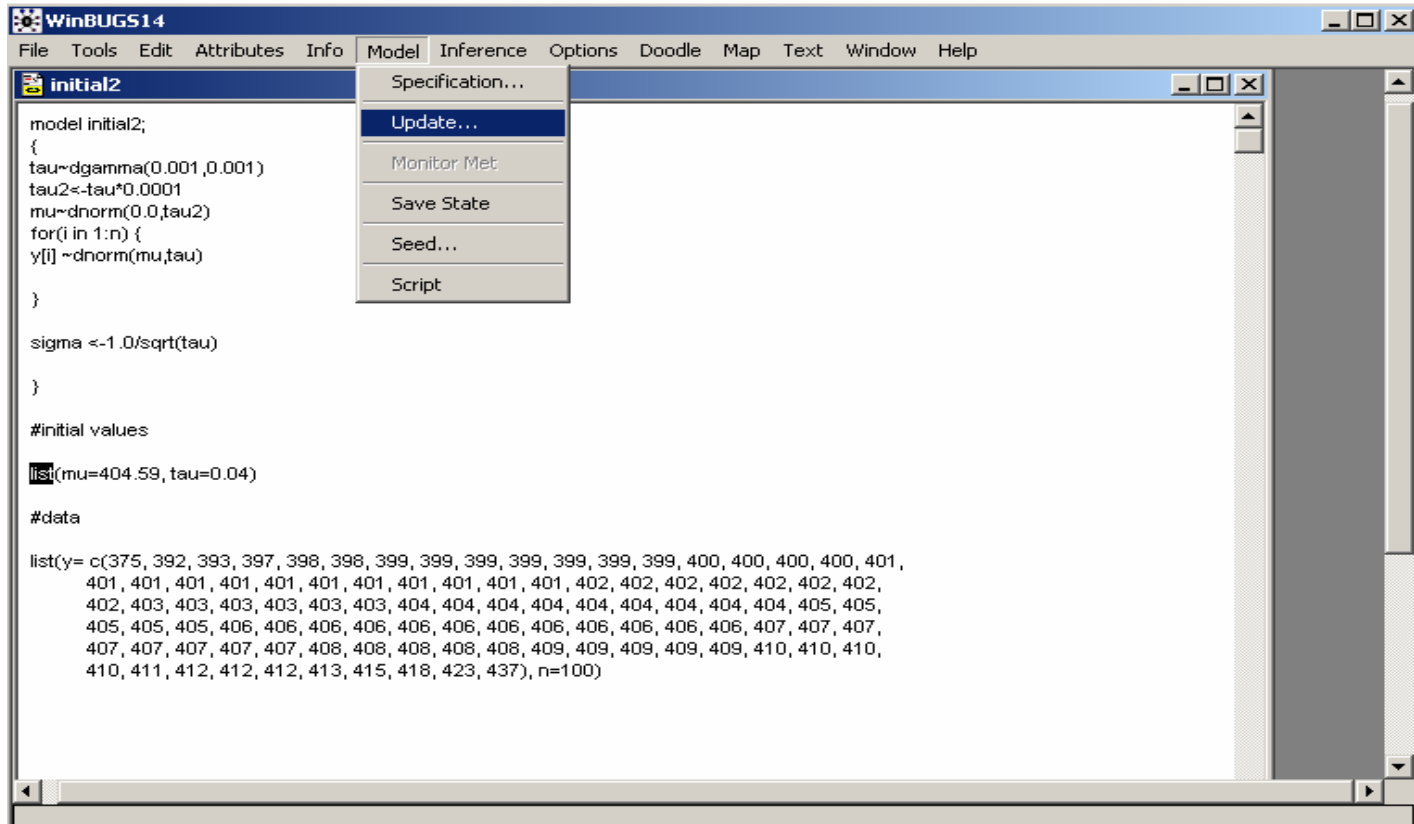
Model is initialized

Αρχικές Τιμές

- Αν δεν είχατε αρχικές τιμές θα μπορούσατε να προσομοιώσετε επιλέγοντας το κουτί “gen inits”.
- Το WinBUGS είναι έτοιμο για να προσομοιώσει δείγμα από την εκ των υστέρων κατανομή.

Προσομοίωση

- Προσομοίωση Τιμών “Burn-in”
 - Επιλέγουμε “Update” από το Μενού “Model”



The screenshot shows the WinBUGS14 software interface. The main window displays a model specification for 'initial2'. The 'Model' menu is open, and the 'Update...' option is highlighted. The model code is as follows:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
  y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

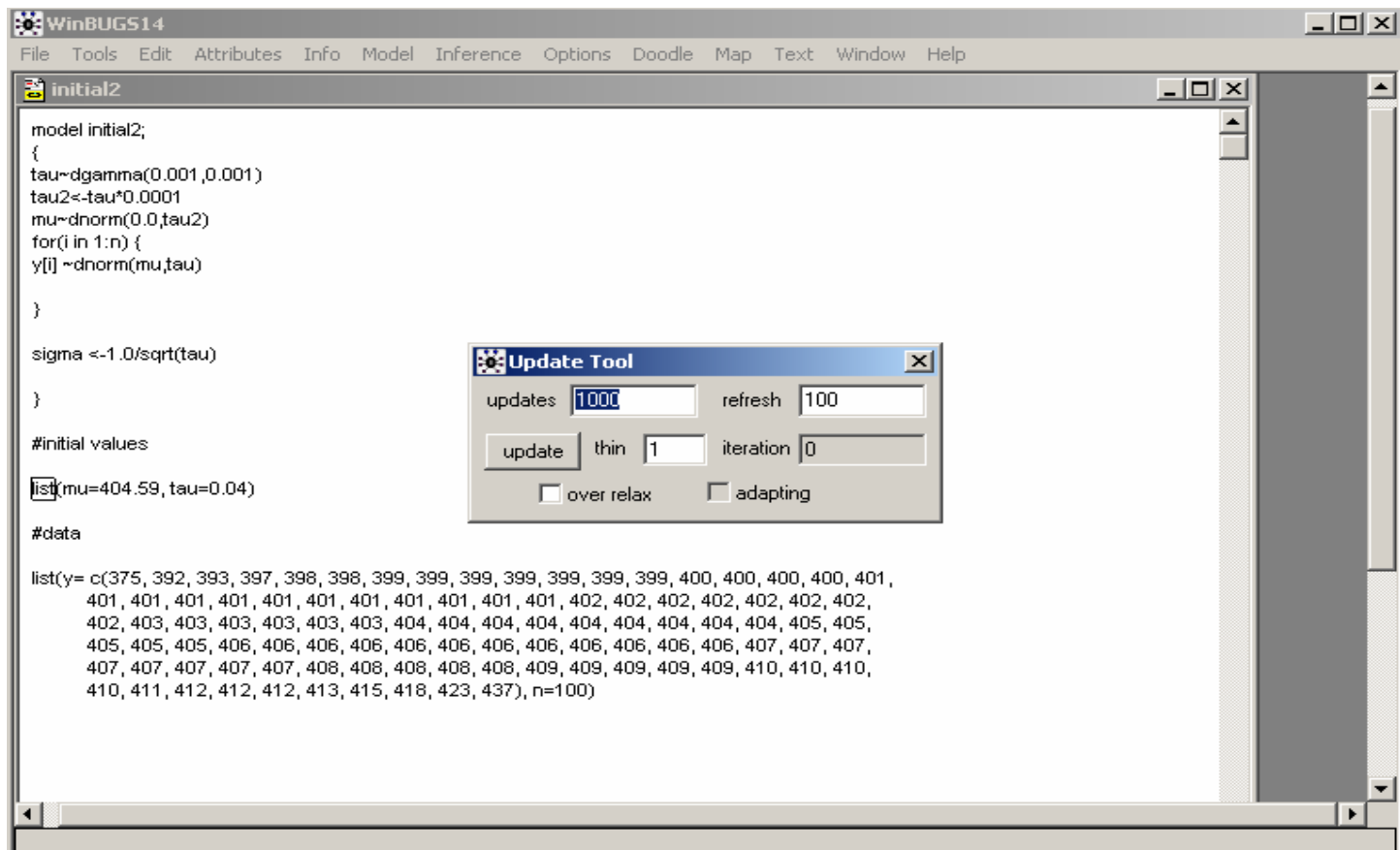
  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Προσομοίωση

- Γράφουμε στο “updates” των # των burn-in επαναλήψεων



The screenshot shows the WinBUGS14 interface. The main window displays the following code:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

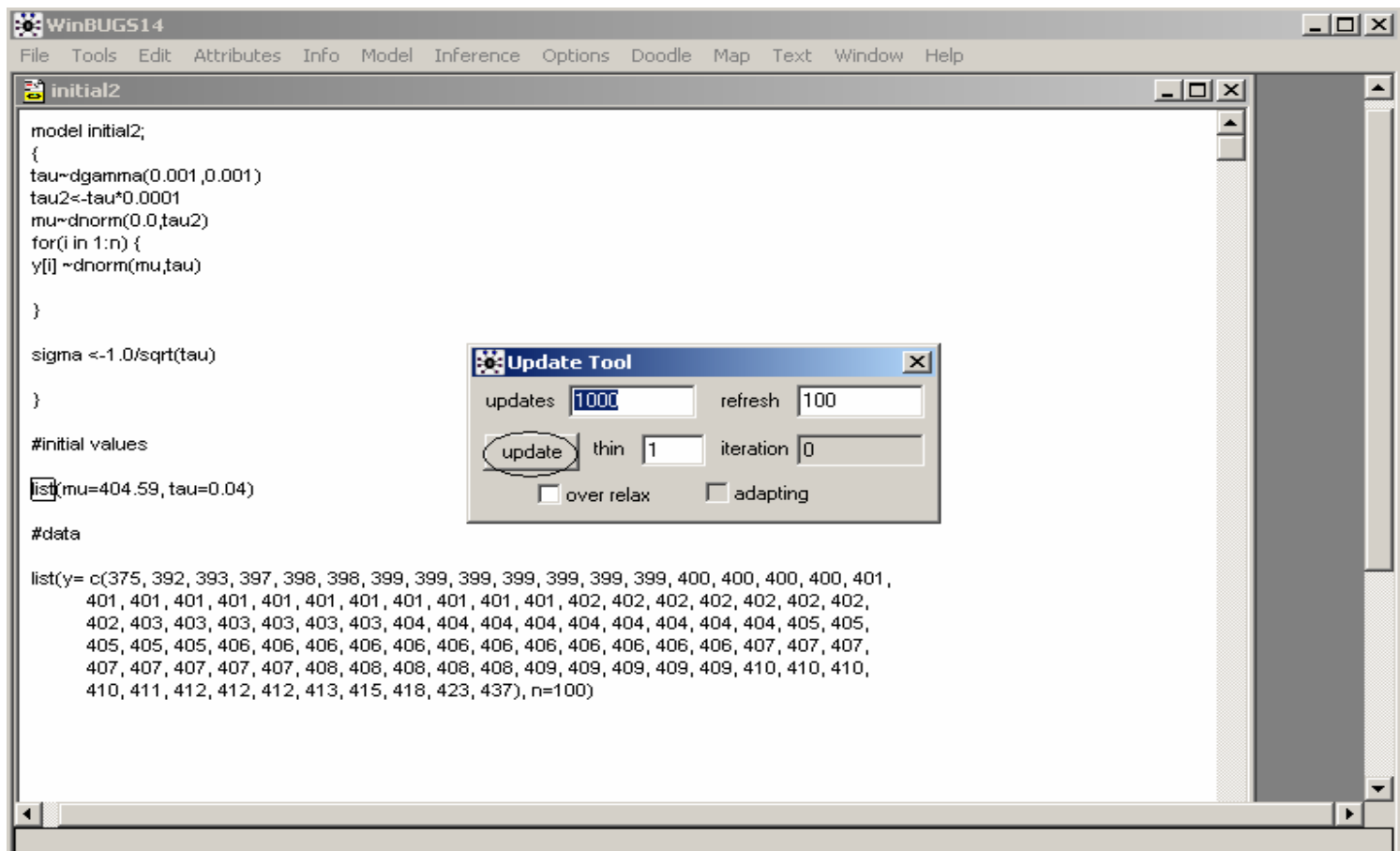
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

An "Update Tool" dialog box is overlaid on the code, showing the following settings:

- updates: 1000
- refresh: 100
- update button
- thin: 1
- iteration: 0
- over relax
- adapting

Προσομοίωση

- Επιλέγουμε το “update” για να προσομοιώσουμε



The screenshot displays the WinBUGS14 interface. The main window, titled 'initial2', contains the following R code for a model:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

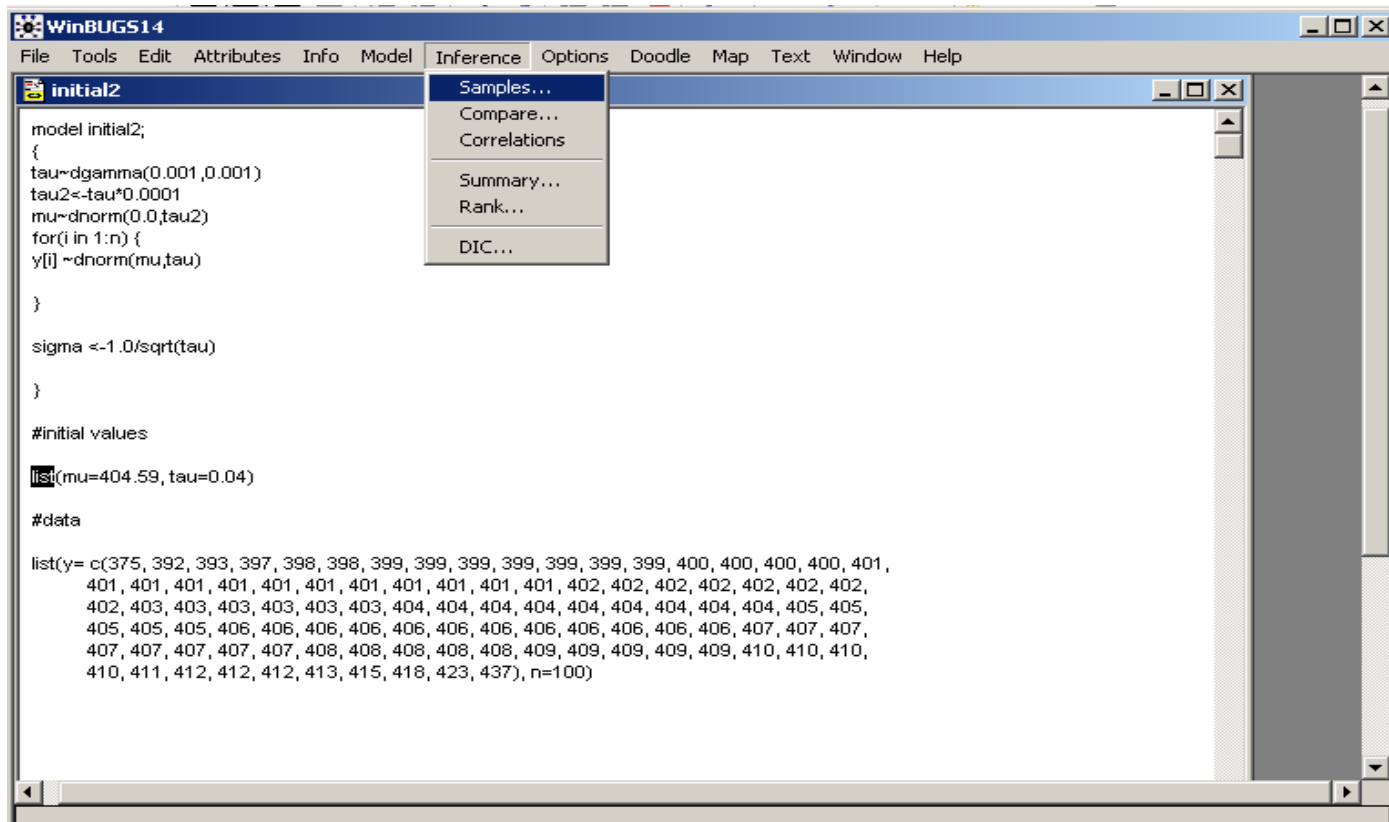
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

An 'Update Tool' dialog box is overlaid on the code, featuring the following controls:

- updates: 1000
- refresh: 100
- update button (circled)
- thin: 1
- iteration: 0
- over relax:
- adapting:

Προσομοίωση

- Παρακολούθηση Παραμέτρων
 - Επιλέγουμε "Samples" από το Μενού "Inference"



The screenshot shows the WinBUGS14 software interface. The main window displays a model script for 'initial2'. The 'Inference' menu is open, and the 'Samples...' option is selected. The model script is as follows:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }

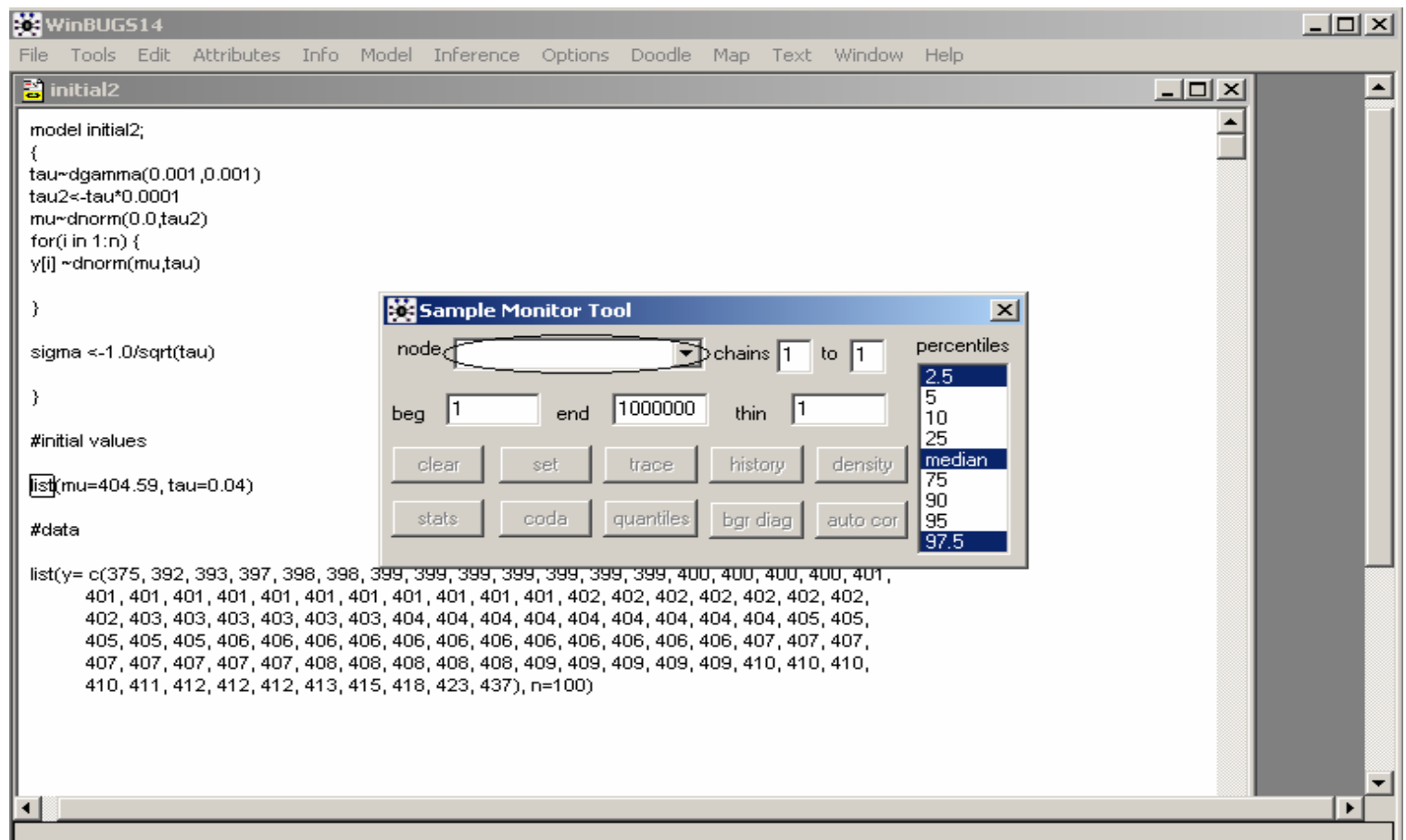
  sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

Προσομοίωση

- Γράφουμε στο “node” το όνομα της παραμέτρου που μας ενδιαφέρει (ή των παραμέτρων).



The screenshot shows the WinBUGS14 interface. The main window displays a model named 'initial2' with the following code:

```
model initial2;
{
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}
}
sigma <-1.0/sqrt(tau)
}
#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)
#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

A 'Sample Monitor Tool' dialog box is overlaid on the code. It has a 'node' dropdown menu (highlighted with a red oval), 'chains' set to 1 to 1, and a 'percentiles' list with values: 2.5, 5, 10, 25, median, 75, 90, 95, 97.5. Other fields include 'beg' (1), 'end' (1000000), and 'thin' (1). Buttons for 'clear', 'set', 'trace', 'history', 'density', 'state', 'coda', 'quantiles', 'bgr diag', and 'auto cor' are also visible.

Προσομοίωση

- Και μετά επιλέγουμε το κουτί “set” και επαναλαμβάνουμε την διαδικασία και για τις υπόλοιπες παραμέτρους.

The screenshot shows the WinBUGS14 interface. The main window displays a model named 'initial2' with the following code:

```
model initial2;
{
  tau~dgamma(0.001,0.001)
  tau2<-tau*0.0001
  mu~dnorm(0.0,tau2)
  for(i in 1:n) {
    y[i] ~dnorm(mu,tau)
  }
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}

#initial values
list(mu=404.59, tau=0.04)

#data
list(y= c(375, 392, 393, 397, 398, 398, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 399, 400, 400, 400, 400, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 401, 402, 402, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 403, 403, 403, 403, 403, 403, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 404, 405, 405,
405, 405, 405, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 406, 407, 407, 407,
407, 407, 407, 407, 408, 408, 408, 408, 408, 409, 409, 409, 409, 409, 410, 410, 410,
410, 411, 412, 412, 412, 413, 415, 418, 423, 437), n=100)
```

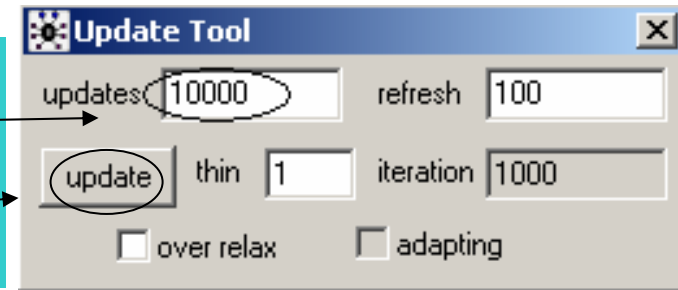
A 'Sample Monitor Tool' dialog box is open, showing the 'mu' node selected. The 'set' button is highlighted with a red circle. The dialog also shows 'chains 1 to 1', 'beg 1', 'end 1000000', and 'thin 1'. A list of percentiles is shown on the right, with 'median' selected.

percentiles
2.5
5
10
25
median
75
90
95
97.5

Προσομοίωση

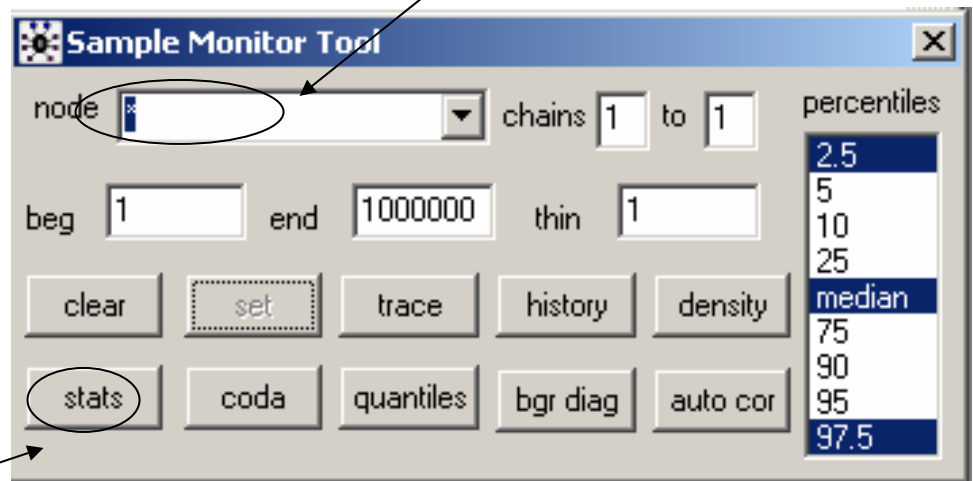
- Γράφουμε "mu" και επιλέγουμε "set".
- Γράφουμε "sigma" και επιλέγουμε "set".
- Προσομοίωση εκ των υστέρων τιμών
 - Επιλέγουμε το "Update" στο μενού "Model"

- Γράφουμε στο "updates" των # επαναλήψεων που επιθυμούμε
- Επιλέγουμε το "update" για να προσομοιώσουμε.



Περιγραφή της εκ των υστέρων

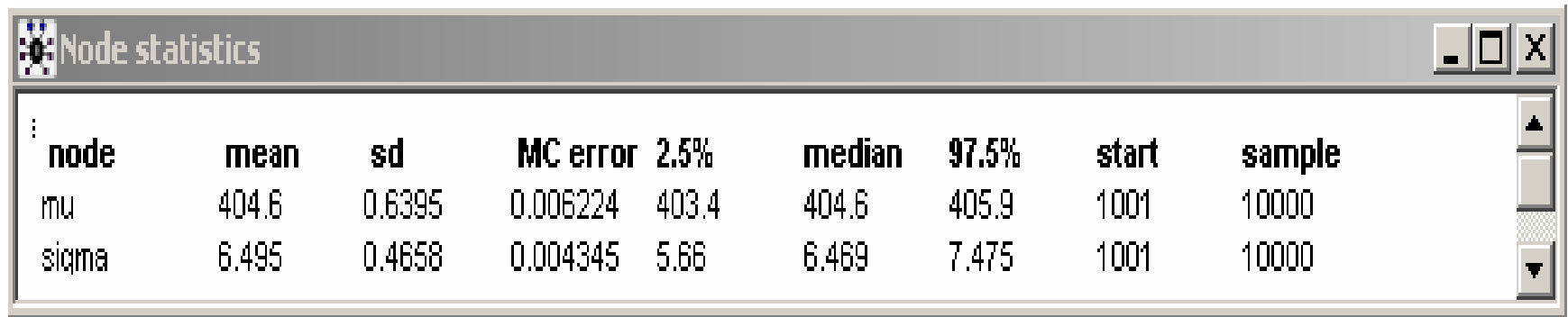
- Περιγραφή της εκ των υστέρων κατανομής.
 - Επιλέγουμε το "Samples" από το μενού "Inference" (εμφανίζεται το "Sample Monitor Tool").
 - Γράφουμε στο "node" το όνομα της παραμέτρου που θέλουμε να περιγράψουμε (ή * για όλες τις παραμέτρους που δηλώσαμε).



- Επιλέγουμε το κουτί "Stats"

Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Βλέπουμε τους περιγραφικούς στατιστικούς δείκτες των προσομοιωμένων τιμών από την εκ των υστέρων κατανομή.

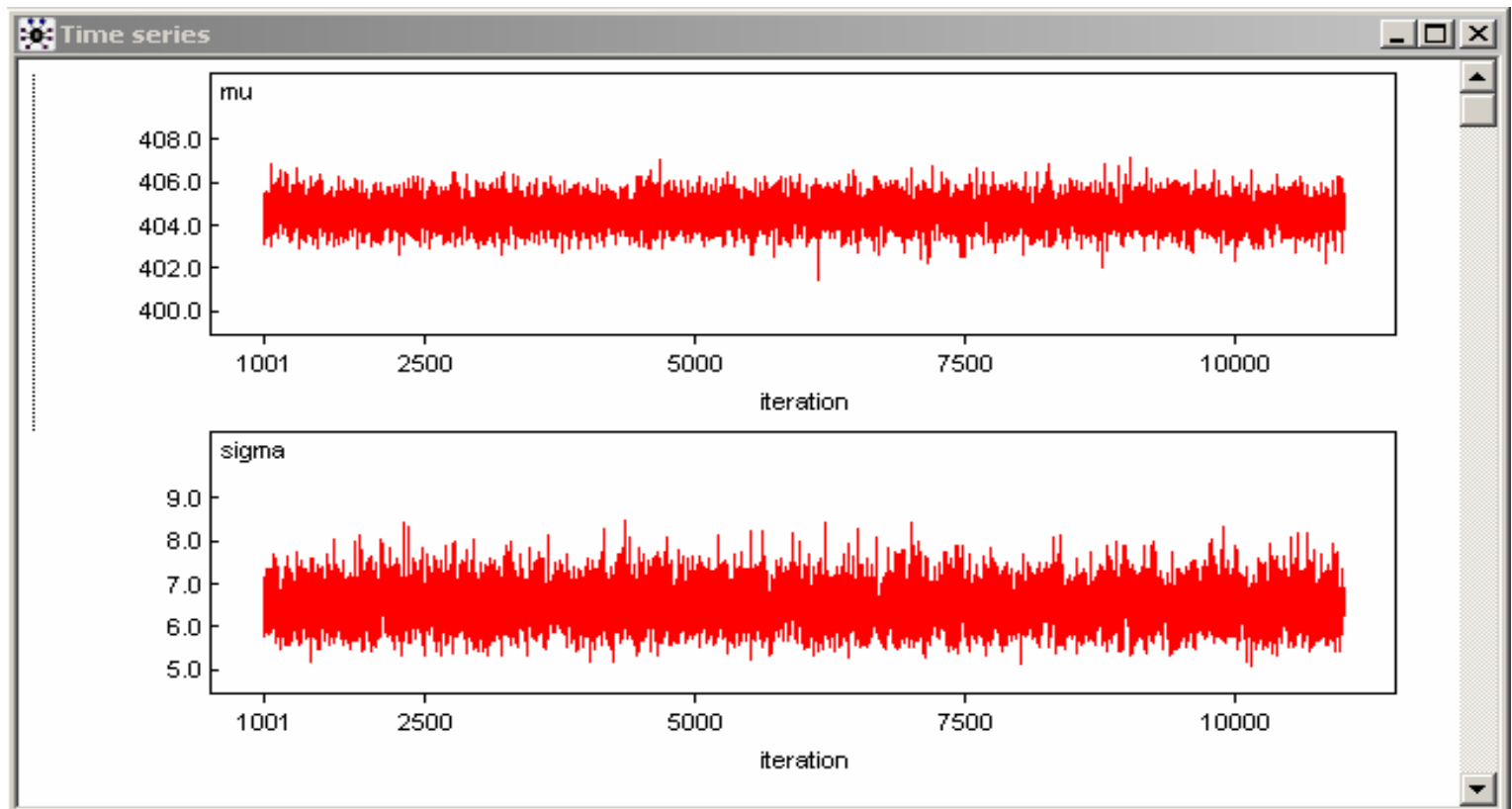


The screenshot shows a window titled "Node statistics" with a table of statistical data. The table has columns for node, mean, sd, MC error, 2.5%, median, 97.5%, start, and sample. The data is as follows:

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
mu	404.6	0.6395	0.006224	403.4	404.6	405.9	1001	10000
sigma	6.495	0.4658	0.004345	5.66	6.469	7.475	1001	10000

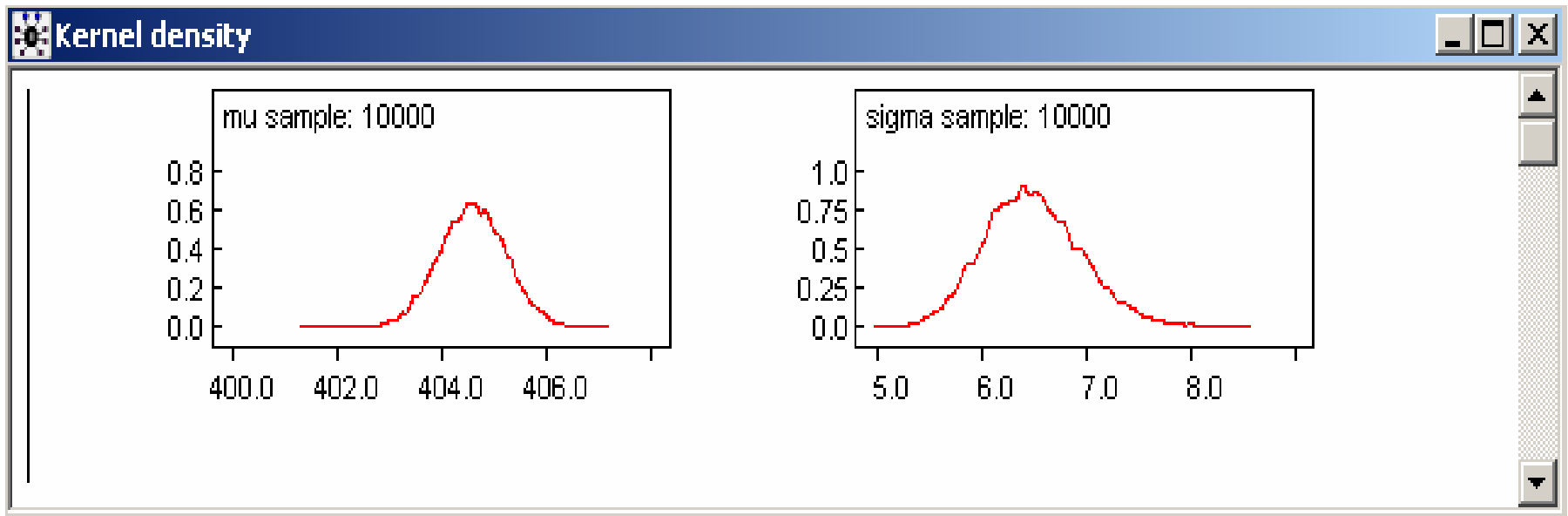
Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “History” στο “Sample Monitor Tool” παίρνουμε τα διαγράμματα των προσομοιωμένων τιμών (trace plots).



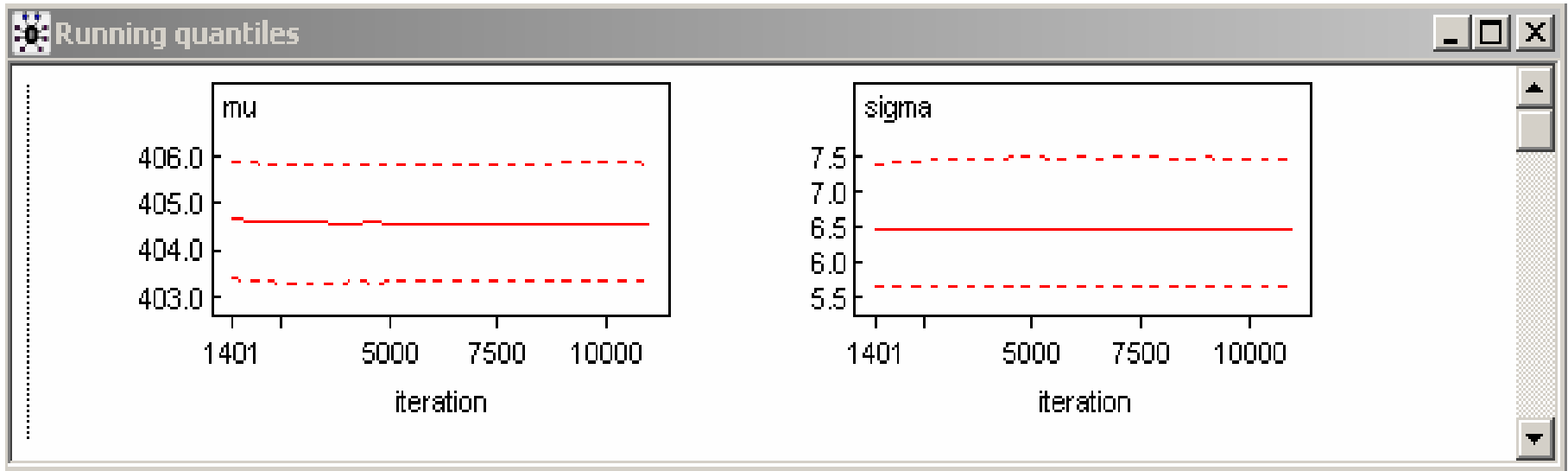
Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “Density” στο “Sample Monitor Tool” παίρνουμε τα διαγράμματα των εκτιμώμενων σ.π.π. των περιθώριων εκ των υστέρων κατανομών (**kernel densities**).



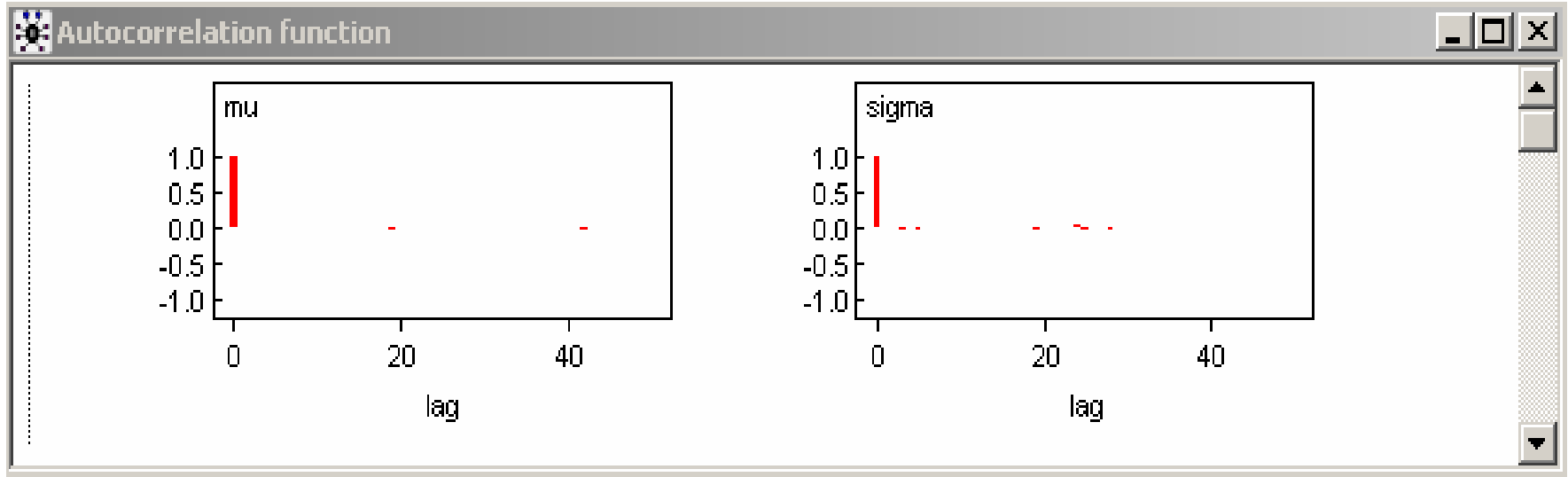
Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “Quantiles” στο “Sample Monitor Tool” παίρνουμε τα διαγράμματα των ποσοστημορίων των περιθώριων εκ των υστέρων κατανομών.



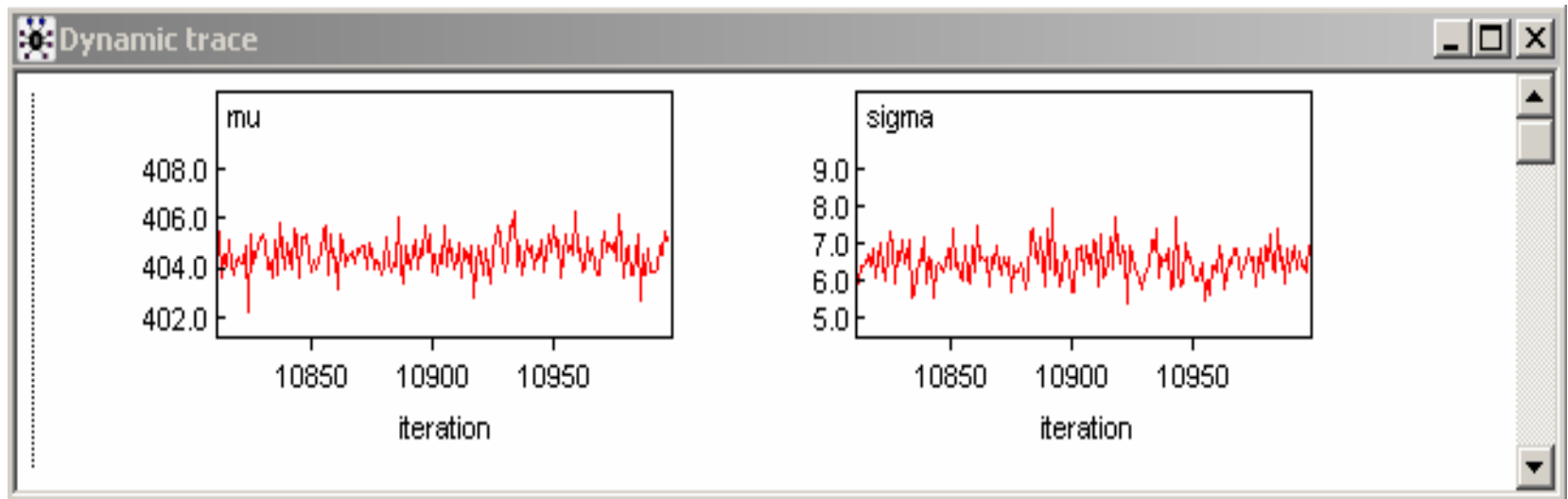
Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “Autoc” στο “Sample Monitor Tool” παίρνουμε τα διαγράμματα των αυτοσυσχετίσεων των προσομοιωμένων τιμών (**autocorrelation**).



Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “Trace” στο “Sample Monitor Tool” παίρνουμε ένα δυναμικό διάγραμμα των προσομοιωμένων τιμών (**dynamic trace**).



Περιγραφή της εκ των υστέρων

- Επιλέγοντας το κουτί “Bgr Diag” στο “Sample Monitor Tool” παράγουμε ένα διαγνωστικό έλεγχο (**Gelman & Rubin Statistic**) για τη σύγκλιση της αλυσίδας (για πολλαπλές αλυσίδες).
- Επιλέγοντας το κουτί “Coda” στο “Sample Monitor Tool” παράγουμε μια λίστα με τις προσομοιωμένες τιμές που μπορεί να διαβαστεί από το πρόγραμμα **CODA** που δουλεύει στο R ή στο Splus. Το πρόγραμμα CODA το χρησιμοποιούμε για να τρέξουμε διάφορα διαγνωστικά τεστ MCMC. Θα αναφερθούμε σε αυτό αργότερα.

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- Τι γίνεται αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε μια εκ των προτέρων κατανομή $f(\theta)$ που δεν υπάρχει στο WinBUGS;
 - Θέτουμε ότι η prior του θ είναι επίπεδη στο πεδίο τιμών της (`dflat()` ή `dunif()`).
 - Θέτουμε μια μεταβλητή `zero` ίση με 0 και ορίζουμε ότι ακολουθεί την κατανομή `Poisson(λ)`.
 - Θέτουμε $\lambda = -\log f(\theta)$.

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- π.χ. η Γενικευμένη/Lagrangian Poisson

$$f(\theta) = e^{-(z+\omega\theta)} \frac{z(z+\omega\theta)^{\theta-1}}{\theta!},$$

με μέση τιμή $z/(1-\omega)$ και διασπορά $z/(1-\omega)^3$. (για $\omega=0$ είναι η Poisson(z)).

- `theta ~ dflat()`
- `zero <- 0`
- `zero ~ dpois(lambda)`
- `lambda <- -(log(zeta)+(theta-1) *
log(zeta+omega*theta) - (zeta+omega*theta)-
logfact(theta))`

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- $f(\text{zero}|\theta)$ είναι η Poisson με μέση τιμή ίση με $-\log\text{likelihood}$.
- $\varphi(\theta)$ είναι η επίπεδη ψεύτο-prior που χρησιμοποιούμε για να ορίσουμε έμμεσα την πραγματική prior.
- $f(\theta|\text{zero})$ είναι τότε πράγματι η prior που επιθυμούμε αφού:

$$f(\theta | \text{zero}) \propto f(\text{zero} = 0 | \theta) \times \varphi(\theta) = e^{-\lambda} \times 1 = e^{-(\log(f(\theta)))} \times 1 = f(\theta).$$

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- Η μέθοδος αυτή παράγει δείγματα με
 - Μεγάλη αυτο-συσχέτιση.
 - Αργή σύγκλιση.
 - Υψηλά Monte Carlo σφάλματα.
- είναι δηλαδή αργή υπολογιστικά και χρειάζεται να αφήσουμε το WinBUGS να τρέξει για μεγάλο αριθμό επαναλήψεων.

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- Έστω τώρα ότι θέλουμε να ορίσουμε μια πιθανοφάνεια $f(y_i | \theta)$ για τα δεδομένα μας y_i που δεν υπάρχει στο WinBUGS.
 - Θέτουμε μια σταθερά C ίση με ένα μεγάλο αριθμό για να εξασφαλίσουμε ότι το λ_i που ορίζουμε παρακάτω είναι θετικό.
 - Θέτουμε ένα διάνυσμα ψεύτο-δεδομένων zero, με διάσταση όση και τα δεδομένα μας, ίσο με το μηδέν.
 - Ορίζουμε ότι κάθε συνιστώσα του zero ακολουθεί την κατανομή $Poisson(\lambda_i)$.
 - Θέτουμε $\lambda_i = -\log f(y_i | \theta) + C$.

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

- ο π.χ. η Γενικευμένη/Lagrangian Poisson

$$f(y_i | z, \omega) = e^{-(z+\omega y_i)} \frac{z(z + \omega y_i)^{y_i-1}}{y_i!}$$

```
C <- 10000
for (i in 1:N) {
  zero[i] <- 0
  zero[i] ~ dpois(lambda[i])
  lambda[i] <- -L[i] + C
  L[i] <- -( log(zeta)+(y[i] -1) * log(zeta+omega*y[i])
  - (zeta+omega*y[i])-logfact(y[i])) )
}
```

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

Γιατί δουλεύει αυτό το κόλπο;

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^n f(\text{zero}_i | y_i, \theta) &= \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i} = \prod_{i=1}^n e^{-(-L_i + C)} \\ &= \prod_{i=1}^n e^{\log f(y_i | \theta) - C} \propto \prod_{i=1}^n f(y_i | \theta)\end{aligned}$$

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

Παράδειγμα Γενικευμένης Poisson

Αριθμός Θανάτων από πολιομυελίτιδα την περίοδο
1968-76

<u>1968</u>	<u>1969</u>	<u>1970</u>	<u>1971</u>	<u>1972</u>	<u>1973</u>	<u>1974</u>	<u>1975</u>	<u>1976</u>
24	13	7	18	2	10	3	9	16

Καθορισμός Πιθανοφάνειας και εκ των προτέρων που δεν υπάρχει στο WinBUGS

```
model {
  C<-10000
  for (i in 1:9) {
    zeros[i]<-0
    zeros[i]~dpois( lambda[i] )
    lambda[i]<- C - loglike[i]
    loglike[i] <- log(zeta)+(y[i]-1)* log(zeta+omega*y[i]) -
      (zeta+omega*y[i]) - logfact(y[i])
  }
  zeta~dgamma(0.001, 0.001)
  omega~dbeta(1,1)
  mean<-zeta/(1-omega)
  var<-zeta/pow(1-omega,3)
  DI<-1/((1-omega)*(1-omega))
}
DATA : list( y=c(24, 13, 7, 18, 2, 10, 3, 9, 16) )
INITS: list( zeta=1, omega=0.5 )
```

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Εναλλακτικός τρόπος προσομοίωσης χωρίς να περιμένουμε για αποτελέσματα.
- Χρειαζόμαστε τουλάχιστον 4 αρχεία σε WinBUGS (*.odc) ή text (*.txt):
 - Script.odc (εντολές προσομοίωσης).
 - Κώδικας.
 - Δεδομένα.
 - Αρχικές τιμές.

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Ανοίγουμε το WinBUGS και επιλέγουμε “New” από το μενού “File”. Γράφουμε το Script.odc

```
display('log')
check('C:/MCMC_teaching/initial2_mod.txt')
data('C:/MCMC_teaching/initial2_dat.txt')
compile(1)
inits(1, 'C:/MCMC_teaching/initial2_in.txt')
update(1000)
set(mu)
set(sigma)
update(10000)
stats(*)
history(*)
trace(*)
density(*)
autoC(*)
quantiles(*)
coda(*, 'C:/MCMC_teaching/initial2')
save('C:/MCMC_teaching/initial2Log')
```

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Στον φάκελο
'C:/MCMC_teaching'
έχουμε τον κώδικα του
μοντέλου με την ονομασία
initial2_mod.txt

```
model initial2;
{
#prior distribution
tau~dgamma(0.001,0.001)
tau2<-tau*0.0001
mu~dnorm(0.0,tau2)

#likelihood
for(i in 1:n) {
y[i] ~dnorm(mu,tau)
}

sigma <-1.0/sqrt(tau)
}
```

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Στον ίδιο φάκελο έχουμε τα δεδομένα στο αρχείο `initial2_dat.txt`.

```
list(y= c(375, 392, 393, 397,
398, 398, 399, 399, 399, 399,
399, 399, 399, 400, 400, 400,
400, 401, 401, 401, 401, 401,
401, 401, 401, 401, 401, 401,
401, 402, 402, 402, 402, 402,
402, 402, 402, 403, 403, 403,
403, 403, 403, 404, 404, 404,
404, 404, 404, 404, 404, 404,
405, 405, 405, 405, 405, 406,
406, 406, 406, 406, 406, 406,
406, 406, 406, 406, 406, 407,
407, 407, 407, 407, 407, 407,
407, 408, 408, 408, 408, 408,
409, 409, 409, 409, 409, 410,
410, 410, 410, 411, 412, 412,
412, 413, 415, 418, 423, 437),
n=100)
```

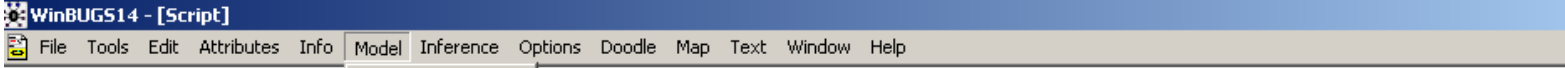
Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Στον ίδιο φάκελο έχουμε τις αρχικές τιμές στο αρχείο `initial2_in.txt`.
- Στον ίδιο φάκελο αφού το τρέξουμε θα αποθηκευτεί ένα log αρχείο με το όνομα `initial2Log.txt` καθώς και οι προσομοιωμένες τιμές για να χρησιμοποιηθούν ύστερα από το CODA με την ονομασία `initial21.txt` και `initial2Index.txt`

`list(mu=404.59, tau=0.04)`

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο

- Τρέχουμε το μοντέλο στο παρασκήνιο επιλέγοντας “Script” από το Μενού “Model”.



The screenshot shows the WinBUGS14 software interface. The title bar reads "WinBUGS14 - [Script]". The menu bar includes "File", "Tools", "Edit", "Attributes", "Info", "Model", "Inference", "Options", "Doodle", "Map", "Text", "Window", and "Help". The "Model" menu is open, showing options: "Specification...", "Update...", "Monitor Met", "Save State", "Seed...", and "Script". The "Script" option is highlighted in blue. The main window contains a list of R-style commands for running a model.

```
display('log')
check('C:/MCMC_teaching/ir
data('C:/MCMC_teaching/init
compile(1)
inits(1, 'C:/MCMC_teaching/i
gen.inits()
update(1000)
set(mu)
set(sigma)
set(nu)
set(y.new)
dic.set()
update(10000)
gr(*)
stats(*)
history(*)
trace(*)
density(*)
autoC(*)
quantiles(*)
dic.stats()
coda(*, 'C:/MCMC_teaching/initial2')
save('C:/MCMC_teaching/initial2Log')
```

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο – Μερικές Σημαντικές Εντολές

- ⌘ `display('log')` : Ανοίγει ένα αρχείο log που αποθηκεύει τα αποτελέσματα
- ⌘ `check('Test/Seeds_mod.txt')` : Έλεγχος μοντέλου που βρίσκεται στο αρχείο `Seeds_mod.txt` και στον υποκατάλογο του WINBUGS, `Test`.
- ⌘ `data('Test/Seeds_dat.txt')` : Φόρτωση Δεδομένων από το αρχείο `Seeds_dat.txt` και στον υποκατάλογο του WINBUGS, `Test`.
- ⌘ `compile(2)` : Εκκίνηση 2 προσομοιωμένων αλυσίδων.
- ⌘ `inits(1, 'Test/Seeds_in.txt')` : Φόρτωση Αρχικών Τιμών της 1ης αλυσίδας το αρχείο `Seeds_in.txt` και στον υποκατάλογο του WINBUGS, `Test`.

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο – Μερικές Σημαντικές Εντολές

- ⌘ `gen.inits()` : Προσομοίωση Αρχικών Τιμών .
- ⌘ `update(500)` : Προσομοίωση 500 Τιμών (Burn-in) .
- ⌘ `set(alpha0)` : Αρχίζουμε και αποθηκεύουμε τις προσομοιωμένες τιμές για την παράμετρο **alpha0** .
- ⌘ `update(1000)` : Προσομοίωση 1000 Τιμών .
- ⌘ `stats(*)` : Στατιστικοί δείκτες για το προσομοιωμένο δείγμα όλων των παραμέτρων έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set** .
- ⌘ `history(*)` : Διάγραμμα προσομοιωμένων τιμών ανά επανάληψη για τις παραμέτρους που έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set** .
- ⌘ `trace(*)` : Δυναμικό (on-line) Διάγραμμα προσομοιωμένων τιμών ανά επανάληψη για τις παραμέτρους που έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set** .

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο – Μερικές Σημαντικές Εντολές

- ⌘ **density (*)** : Διάγραμμα της εκτιμώμενης εκ-των-υστέρων συνάρτησης πιθανότητας ή πυκνότητας πιθανότητας για τις παραμέτρους που έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set**.
- ⌘ **autoC (*)** : Διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των προσομοιωμένων τιμών για τις παραμέτρους που έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set**.
- ⌘ **quantiles (*)** : Διάγραμμα ποσοστημορίων των προσομοιωμένων τιμών ανά επανάληψη για τις παραμέτρους που έχουν οριστεί μέσω του της εντολής **set**.

Προσομοίωση στο Παρασκήνιο – Μερικές Σημαντικές Εντολές

- ⌘ **coda (* , output) :** Αποθήκευση όλων των monitored παραμέτρων στο αρχείο **output** το οποίο είναι σε format CODA. Αν το όνομα του αρχείου μείνει κενό ανοίγει παράθυρο στο WINBUGS.
- ⌘ **save (' seedsLog ') :** Αποθήκευση όλων των αποτελεσμάτων του log παραθύρου στο αρχείο **seedLog.odc** (format WINBUGS μαζί με διαγράμματα). Αν το αρχείο έχει κατάληξη **txt** τότε αποθηκεύονται σε αρχείο text μόνο το κείμενο (όχι διαγράμματα και άλλα γραφικά).
- ⌘ **quit () :** Έξοδος από το WINBUGS.