

**ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΙ Η/Υ**  
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ - 6-9-2005**

1. Δίνεται ο πίνακας  $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/4 \end{bmatrix}$ . Να υπολογιστούν, με τη μέθοδο απαλοιφής

Gauss, ο αντίστροφος του πίνακα  $A$ , η λύση του συστήματος  $Ax = \begin{bmatrix} 7/6 \\ 5/6 \end{bmatrix}$ , καθώς και

ο δείκτης κατάστασης του  $A$  ως προς τη νόρμα πίνακα  $\|\cdot\|_{\infty}$ , εκτελώντας **όσο το δυνατό λιγότερες πράξεις**.

2. Δίνεται η εξίσωση  $f(x) = 1.6 - x + \ln x = 0$ .

α) Ναδειχθεί ότι η εξίσωση αυτή έχει μια και μοναδική λύση  $\bar{x}$  στο διάστημα  $[2, 3]$ , και ναδειχθεί ότι η επαναληπτική μέθοδος  $x_k = g(x_{k-1}) = 1.6 + \ln x_{k-1}$  συγκλίνει στο  $\bar{x}$ , για κάθε αρχικό σημείο  $x_0 \in [2, 3]$ .

β) Να γίνουν τρεις επαναλήψεις της παραπάνω μεθόδου, με αρχικό  $x_0 = 2.4$ , και να δοθεί μια καλή εκτίμηση του σφάλματος στην 3<sup>η</sup> επανάληψη.

3. α) Να κατασκευαστεί ο σύνθετος τύπος αριθμητικής ολοκλήρωσης Simpson καθώς και η αντίστοιχη εκτίμηση σφάλματος ολοκλήρωσης.

β) Να υπολογιστεί αριθμητικά με τη σύνθετη μέθοδο Simpson, και με βήμα  $h = 0.2$ , το ολοκλήρωμα  $\int_{0.2}^{0.6} \sin x \, dx$  (το  $x$  σε **rad**), και να δοθεί μια **όσο το δυνατό καλύτερη** εκτίμηση του σφάλματος ολοκλήρωσης.

4. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 1/x^2$ .

α) Να βρεθεί η μορφή Newton του πολυωνύμου παρεμβολής Lagrange της  $f$  στα σημεία 1, 2, 4.

β) Να εκτιμηθεί το αντίστοιχο μέγιστο (σε απόλυτη τιμή) σφάλμα παρεμβολής Lagrange.

**Διάρκεια εξέτασης: 2.5 ώρες. Τα θέματα είναι ισοδύναμα. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**