

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ, ΕΠΑ

ΘΕΜΑ 1.

A) Ορισμός Μεταβλητών: X_1 : # τηλεοπτικών διαφημίσεων
 X_2 : # διαφημίσεων σε περιοδικά

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$\max Z = (2 \times 20000 + 80000)X_1 + (2 \times 60000 + 30000)X_2$$

$$\text{Ανταδίδει } \max Z = 120000 X_1 + 150000 X_2$$

Περιορισμοί: $40000 X_1 + 24000 X_2 \leq 360000$

$$X_1 \geq 6$$

$$X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

B)
$$\left. \begin{aligned} \max Z &= 120000 X_1 + 150000 X_2 \\ 40000 X_1 + 24000 X_2 &\leq 360000 \\ -X_1 &\leq -6 \\ X_2 &\leq 12 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\max Z = 120000 X_1 + 150000 X_2$$

$$40000 X_1 + 24000 X_2 + X_3 = 360000$$

$$-X_1$$

$$X_2$$

$$+ X_4$$

$$+ X_5 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

Γ)

			120000	150000	0	0	0	
B	C _B	b	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	
P ₃	0	360000	40000	24000	1	0	0	Γ ₁
P ₄	0	-6	-1	0	0	1	0	Γ ₂
P ₅	0	12	0	1	0	0	0	Γ ₃
	Z	0	-120000	-150000	0	0	0	Γ ₄

↓

			120000	150000	0	0	0	
B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	Θ
P_3	0	120000	0	24000	1	40000	0	5
P_1	120000	6	1	0	0	-1	0	-
P_5	0	12	0	1	0	0	1	12
	Z	0	0	-150000	0	-120000	0	

B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_2	150000	5	0	1	$1/24000$	$5/3$	0
P_1	120000	6	1	0	0	-1	0
P_5	0	7	0	0	$-1/24000$	$-5/3$	1
	Z	1470000	0	0	$25/4$	130000	0

Απάντηση: $X_1 = 6$ διαφημίσεις σε TV
 $X_2 = 5$ διαφημίσεις σε περιοδικά
 $\max Z = 1470000$ άτομα

M/M/1

Θεμα 2 A) $\mu_A = 24 \text{ min}$ $\sigma_A = 24 \text{ min}$ $CV_A = 1$
 $\mu_S = 15 \text{ min}$ $\sigma_S = 15 \text{ min}$ $CV_S = 1$

$\rho = \frac{\mu_S}{\mu_A} = \frac{15 \text{ min}}{24 \text{ min}} = \frac{5}{8} = 0.625$ Άρα το σύστημα βρίσκεται στο 62.5% της δυναμικότητάς του.

$WTM = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{5/8}{1-5/8} = \frac{5/8}{3/8} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} = 1.667$

(i) $\mu_W = \mu_S \cdot WTM = 15 \text{ min} \cdot \frac{5}{3} = 25 \text{ min}$

(ii) $\mu_L = \frac{\mu_W}{\mu_A} = \frac{25 \text{ min}}{24 \text{ min}} = \frac{25}{24} = 1.041\bar{6} = 1.042$

(iii) $\mu_W + \mu_S = 25 \text{ min} + 15 \text{ min} = 40 \text{ min}$

B) $\mu_A = 24 \text{ min}$, $\sigma_A = 24 \text{ min}$, $CV_A = 1$
 $\mu_S = 12 \text{ min}$, $\sigma_S = 6 \text{ min}$, $CV_S = \frac{\sigma_S}{\mu_S} = \frac{6 \text{ min}}{12 \text{ min}} = 0.5$

$\rho' = \frac{\mu_S}{\mu_A} = \frac{12 \text{ min}}{24 \text{ min}} = 0.5$

$WTM' = \frac{\rho}{1-\rho} \cdot \frac{1+CV_S^2}{2} = \frac{0.5}{1-0.5} \cdot \frac{1+0.5^2}{2} = 1 \cdot \frac{1.25}{2} = 0.625$

(i) $\mu_W = \mu_S \cdot WTM' = 12 \text{ min} \cdot 0.625 = 7.5 \text{ min}$

(ii) $\mu_W + \mu_S = 7.5 \text{ min} + 12 \text{ min} = 19.5 \text{ min}$

(iii) $\mu_L = \frac{\mu_W}{\mu_A} = \frac{7.5 \text{ min}}{24 \text{ min}} = 0.3125$ μικρότερη μέση των ουρών.

(iv) $\Delta(\mu_W + \mu_S) = 40 \text{ min} - 19.5 \text{ min} = 20.5 \text{ min}$ γλιτώνει κάθε πελάτης ουράδικά κατά την εξυπηρέτησή του.

$\frac{1}{\mu_A} = \frac{1 \text{ h}}{24 \text{ min}} = \frac{60 \text{ min}}{24 \text{ min}} = \frac{10}{4} = 2.5$ πελάτες γράνουν την ώρα

$2.5 \frac{\text{πελάτες}}{\text{h}} \times 20.5 \frac{\text{min}}{\text{πελάτης}} = 51.25 \frac{\text{min}}{\text{h}}$ εξοικονομούνται ανά ώρα

$51.25 \frac{\text{min}}{\text{h}} \times 40 \frac{\text{€}}{\text{h}} = \frac{51.25 \times 40}{60} \frac{\text{€}}{\text{h}} = 34.1\bar{6} \frac{\text{€}}{\text{h}}$ εξοικονομεί το σύστημα

$34.1\bar{6} \frac{\text{€}}{\text{h}} > 30 \frac{\text{€}}{\text{h}} = \text{κόστος}$

Άρα η βελτίωση συμφέρει.

Θεωρ 3: A) Example

B) (i) $OC = K \cdot \frac{D}{Q}$ (ii) $CC = \frac{Q}{2} \cdot K_c$

(iii)

α' ρότος: $OC = CC \Rightarrow K \frac{D}{Q} = \frac{Q}{2} K_c \Rightarrow Q^2 = \frac{2KD}{K_c}$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}}$$

β' ρότος: $TC = OC + CC \Rightarrow TC = K \frac{D}{Q} + \frac{Q}{2} K_c$

$$\frac{dTC}{dQ} = -K \frac{D}{Q^2} + \frac{1}{2} K_c = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} K_c = K \frac{D}{Q^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q^2 = \frac{2KD}{K_c} \Rightarrow \hat{Q} = \sqrt{\frac{2KD}{K_c}}$$

$$\frac{d^2TC}{dQ^2} = \frac{2KD}{Q^3} \Rightarrow \frac{d^2TC}{dQ^2} \bigg|_{Q=\hat{Q}} > 0 \text{ Άρα στο } \hat{Q}, TC = \min$$

Γ) $D = 2500$ αυτ. $K = 2000 \text{ €}$, $K_c = 160 \text{ € / αυτ. - έτος}$

(i) $Q = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000 \cdot 2500}{160}} = \sqrt{\frac{2500000}{4}} = \frac{500}{2} = 250$ αυτ.

(ii) $T = 1 \text{ ημέρα} = 4 \text{ εβδο.}$ $M = \frac{2500 \text{ αυτ./έτος}}{52 \text{ εβδο./έτος}} \times 4 \text{ εβδο.} = 192.3$ αυτ.

$$K_u = 1000 \text{ € / αυτ.}$$

$$\sigma_M = \sqrt{4 \cdot 5} = 10$$

$$F(R) = 1 - \frac{K_c \cdot Q}{K_u \cdot D} = 1 - \frac{160 \cdot 250}{1000 \cdot 2500} = 1 - \frac{16}{1000} = 0.984$$

$$Z = 2.145$$

$$R = \bar{M} + Z \sigma_M = 192.3 + 2.145 \cdot 10 = 213.75 \text{ αυτ.}$$

(iii)

$$Q' = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot 8D/2}{K_c}} = \sqrt{\frac{2K(4D)}{K_c}} = 2Q = 500 \text{ αυτ.}$$

Θέμα 4

