

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Έβδομο Εξάμηνο

Διδάσκων: Ι. Κολέτσος

Κανονική Εξέταση 2009

Ονοματεπώνυμο Φοιτητή: _____

Εξάμηνο: _____

ΘΕΜΑ 1.

1. Να γραφεί η **μορφή του γενικού προβλήματος** γραμμικού προγραμματισμού (Π.Γ.Π.), με τη βοήθεια πινάκων. Να οριστεί προσεκτικά η διάσταση των πινάκων.
2. Να δοθεί η **κανονική μορφή** του προβλήματος.
3. Να ορισθούν οι **Περιθώριες**, οι **Χαλαρές**, και οι **Πλεονασματικές** μεταβλητές.
4. Να οριστεί η **Βασική Λύση** ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
5. Να οριστεί η **Βασική Εφικτή Λύση** ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
6. Να οριστεί η **Μη Εκφυλισμένη Βασική Εφικτή Λύση** ενός Π.Γ.Π.
7. Να αποδειχτεί ότι «αν το σύνολο $U = \{x \in \mathbb{R}^r / Ax = b, x \geq 0\}$, είναι μη κενό και φραγμένο τότε η αντικειμενική συνάρτηση $f(x) = c^T x$ λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της σε ένα ακραίο σημείο του U ».

(3 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 2.



Μία εταιρεία παράγει 4 είδη προϊόντων: Α, Β, Γ, Δ. Κάθε μονάδα **προϊόντος Α** απαιτεί **2 ώρες** φρεζαρίσματος (με το μηχάνημα της διπλανής εικόνας http://www.tm.teiher.gr/SHMEIOSEIS/Downloads/mathimata/kataskevastikes_tehnologies/3-3-CUT.pdf), **1 ώρα** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **10€**. Κάθε μονάδα **προϊόντος Β** απαιτεί **1 ώρα** φρεζαρίσματος, **3 ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **5€**. Κάθε μονάδα **προϊόντος Γ** απαιτεί **2,5 ώρες** φρεζαρίσματος, **2,5 ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **2€**. Τέλος, κάθε μονάδα **προϊόντος Δ** απαιτεί **5 ώρες** φρεζαρίσματος, **καθόλου ώρες** συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας **12€**.

Η εταιρεία διαθέτει **1200 ώρες** φρεζαρίσματος και **1600 ώρες** συναρμολόγησης τον μήνα. Επιπροσθέτως δεν μπορεί να διαθέσει περισσότερα από **10000€** το μήνα για την αγορά πρώτων υλών. Κάθε μονάδα προϊόντος Α αποφέρει κέρδος **40€**, κάθε μονάδα προϊόντος Β αποφέρει κέρδος **24€**, κάθε μονάδα προϊόντος Γ αποφέρει κέρδος **36€** και κάθε μονάδα προϊόντος Δ αποφέρει κέρδος **23€**. Μηνιαίως δεν είναι δυνατόν να απορροφηθούν από την αγορά περισσότερες από **200** μονάδες προϊόντος Α. Ακόμα δεν μπορούν να πουληθούν πάνω από **160** μονάδες προϊόντος Γ, ενώ μπορεί να πουληθεί απεριόριστη ποσότητα μονάδων από τα προϊόντα Β και Δ. Η εταιρεία έχει μέσω συμβολαίου αναλάβει τη δέσμευση να πουλάει **100** μονάδες προϊόντος Δ τον μήνα σε συγκεκριμένο πελάτη της. Η εταιρεία επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα μηνιαία κέρδη της, μέσω της παραγωγής και πώλησης των 4 προϊόντων της.

1. Να γίνει η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.

Σας παραθέτω στο τέλος των εκφωνήσεων την **αναφορά επίλυσης**, την **αναφορά ευαισθησίας** και την **αναφορά ορίων** από την επίλυση του ανωτέρω προβλήματος σε κατάλληλο φύλλο εργασίας. Με βάση αυτές τις αναφορές και μόνον, να απαντήσετε τα ερωτήματα που ακολουθούν.

2. Ποια είναι η λύση του προβλήματος; Πόσες μονάδες από κάθε προϊόν συμφέρει να παραχθούν; Σε ποιους περιορισμούς υπάρχει έλλειμμα ή περίσσειμα; Ποιο είναι το βέλτιστο κέρδος;
3. Ποιά είναι η οικονομική αξία μιας επιπλέον ώρας φρεζαρίσματος; Μιας επιπλέον διαθέσιμης ώρας συναρμολόγησης; Ενός επιπλέον € στο διαθέσιμο ανά μήνα κεφάλαιο για την αγορά πρώτων υλών;
4. Αν υποθεθεί ότι η εταιρεία είναι σε θέση να διαθέσει χρήματα σε διαφημιστική δαπάνη, ώστε να επιτευχθεί η αύξηση της ζήτησης του προϊόντος Α ή Γ. Τι ποσό μπορεί να διαθέσει η εταιρεία σε διαφήμιση, προκειμένου να αυξηθεί η ζήτηση του προϊόντος Α κατά 1 μονάδα; Προκειμένου να αυξηθεί η ζήτηση του προϊόντος Γ κατά 1 μονάδα;
5. Το συμβόλαιο για την διάθεση στον πελάτη μας του προϊόντος Δ, έχει ρήτρα αύξησης κατά 30% του μεγέθους αυτής της παραγγελίας. Τι επίδραση θα είχε στο βέλτιστο κέρδος μας αν ο πελάτης ενεργοποιήσει αυτή την ρήτρα;
6. Λόγω μιας νέας μεθόδου παραγωγής για το προϊόν Γ, που προτάθηκε από τον υπεύθυνο παραγωγής (απόφοιτο της ΣΕΜΦΕ), το κέρδος από κάθε μονάδα προϊόντος Γ αυξήθηκε σε 46€. Πώς θα αλλάξει η λύση; Πόσες μονάδες από κάθε προϊόν πρέπει να παραχθούν τώρα; Πόσο θα αλλάξει το κέρδος;
7. Ο απόφοιτος της ΣΕΜΦΕ (λαμπρός νέος και πολλά υποσχόμενος επιστήμονας) πρότείνει την παραγωγή ενός νέου προϊόντος Ε. Κάθε μονάδα του Ε απαιτεί 2 ώρες φρεζαρίσματος, 5 ώρες συναρμολόγησης και πρώτες ύλες αξίας 20€. Το κέρδος από μια μονάδα Ε είναι 50€. Πρέπει να παραχθούν κάποιες μονάδες από το Ε, ή η εταιρεία δεν πρέπει να ασχοληθεί καθόλου με την εισαγωγή του Ε;

(3 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 3.

Η ΠΛΑΚΟ μια βιομηχανία παραγωγής πλαστικών, επιθυμεί να επεκτείνει την δυναμικότητα παραγωγής της. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους: απασχολώντας υπερωριακά το προσωπικό της στις υπάρχουσες εγκαταστάσεις ή αποκτώντας πρόσβαση (νοικιάζοντας) επιπλέον νέες εγκαταστάσεις. Η παραγωγή με υπερωριακή απασχόληση του εργατικού δυναμικού επιβαρύνει κάθε μονάδα παραγόμενου προϊόντος με 3€ σε σχέση με το αντίστοιχο προϊόν που παράγεται κανονικά, το δε σύνολο των παραγόμενων με αυτόν τον τρόπο προϊόντων δεν μπορεί να υπερβαίνει τις 15000 μονάδες το χρόνο. Ενοικιάζοντας τις νέες εγκαταστάσεις η βιομηχανία θα επωμισθεί ένα επιπλέον ετήσιο κόστος ενοικίου 25000€. Οι εργάτες που θα απασχοληθούν στο νέο εργοστάσιο θα αμειφτούν με το αντίτιμο της κανονικής και όχι της υπερωριακής εργασίας. Ετησίως στο νέο εργοστάσιο μπορούν να παραχθούν έως 20000 μονάδες. Η ΠΛΑΚΟ διαθέτει τμήμα προγραμματισμού και στατιστικής ανάλυσης, που μετά από σχετική έρευνα εκτίμησε ότι η αύξηση της ζήτησης για τα προϊόντα της, πέραν των μονάδων που παράγει στο υπάρχον εργοστάσιο και στο κανονικό ωράριο παρουσιάζει την ακόλουθη κατανομή:

ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΗ ΖΗΤΗΣΗ (ΕΤΗΣΙΑ)	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ
5000	0.30
10000	0.50
15000	0.20

1. Να σχεδιάσετε κατάλληλο δένδρο για το πρόβλημα και να βρείτε τη βέλτιστη απόφαση που ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο κόστος.

Υποθέστε ότι μια εταιρεία ερευνών προσφέρεται να διενεργήσει μια έρευνα προκειμένου να προσδιορίσει με ακρίβεια την ζήτηση για την αυξημένη ποσότητα που πρόκειται να παρουσιαστεί στο μέλλον, με χρέωση 1000€.

2. Θα συμβουλευάτε την ΠΛΑΚΟ να παραγγείλει την έρευνα; Δικαιολογείστε πλήρως την απάντησή σας.
3. Ποιο είναι το αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας (EOL) της βέλτιστης απόφασης του 1^{ου} ερωτήματος.

(2 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 4.

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\text{Maximize } z = 6x + 5y$$

υπό τους περιορισμούς :

$$8x + 11y \leq 28$$

$$4x + 3y \leq 8$$

$$x, y \geq 0$$

- i. Να λυθεί το πρόβλημα με τη γραφική μέθοδο.
- ii. Να λυθεί το πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.
- iii. Με χρήση μετασχηματισμών πινάκων ή όπως αλλιώς επιθυμείτε να μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

(2 Μονάδες)

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 30 λεπτά

Καλή επιτυχία