



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΚΕΡΑΙΟΥ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ



Νοέμβριος 2006
Αθήνα

Πληροφοριακά συστήματα γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού

3.1 Εισαγωγή

Όπως έγινε αντιληπτό στα κεφάλαια που προηγήθηκαν, η όλη διαδικασία διαχείρισης ενός γραμμικού προγράμματος προϋποθέτει την ύπαρξη υπολογιστή και εξειδικευμένου λογισμικού. Το κεφάλαιο αυτό έρχεται να δώσει την τεχνολογική συνιστώσα του γραμμικού προγραμματισμού.

Η σύγχρονη τεχνολογία των πληροφοριακών συστημάτων προσφέρει αρκετές και σημαντικές εναλλακτικές λύσεις για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Τελευταία, έχει αναπτυχθεί σημαντικός αριθμός πακέτων λογισμικού με στόχο τη διευκόλυνση του χρήστη στη μοντελοποίηση και επίλυση Γ.Π.

Τα συστήματα αυτά παρουσιάζουν σημαντικές βελτιώσεις σε παραμέτρους, όπως:

- ταχύτητα επίλυσης προβλημάτων
- μέγεθος προβλημάτων
- φιλικότητα επικοινωνίας με χρήστη
- ευελιξία

Σε γενικές γραμμές υπάρχουν τρεις βασικοί τρόποι για την ανάπτυξη ενός μοντέλου Γ.Π.:

1) Λογιστικά Φύλλα (Spreadsheets)

Τα λογιστικά φύλλα είναι προγράμματα γενικής χρήσης με ευρεία διάδοση. Όπως χαρακτηριστικά θα δούμε στην §3.3, αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού με ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ο συγκεκριμένος

τρόπος αποτελεί την οικονομικότερη εναλλακτική λύση, αλλά απαιτεί μεγάλη επένδυση χρόνου από την πλευρά του χρήστη, για την ανάπτυξη του προβλήματος. Επιπρόσθετα, η επεξεργασία και διόρθωση του μοντέλου γίνεται δυσκολότερη, όσο το μέγεθος του προβλήματος αυξάνει, δεδομένου ότι το μοντέλο βρίσκεται "κρυμμένο" μέσα στα κελιά του λογιστικού φύλλου.

2) Γλώσσες Μοντελοποίησης (Modeling Languages)

Οι γλώσσες μοντελοποίησης προσφέρουν ένα αυτόνομο φιλικό περιβάλλον εργασίας για την ανάπτυξη ενός μοντέλου Γ.Π. Είναι συνήθως εξειδικευμένα προγράμματα στα οποία περιλαμβάνονται τα εξής μέρη:

- Διαχείριση δεδομένων
- Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης
- Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Τα συγκεκριμένα προγράμματα είναι η λιγότερο οικονομική λύση αλλά ο πλέον εύκολος τρόπος για την ανάπτυξη και επίλυση ενός μοντέλου Γ.Π.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα προβλήματα που αναπτύσσονται από τις γλώσσες μοντελοποίησης μπορούν να είναι μεγάλων διαστάσεων (εκατοντάδες χιλιάδες περιορισμοί και μεταβλητές) αλλά δεν έχουν τα χαρακτηριστικά της ευελιξίας και της αυτονομίας.

3) Γλώσσες Προγραμματισμού (Programming Languages)

Η τελευταία εναλλακτική λύση αφορά τη χρησιμοποίηση οποιασδήποτε γλώσσας προγραμματισμού για την ανάπτυξη και επίλυση ενός προβλήματος Γ.Π. Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της επιλογής αυτής εστιάζονται κυρίως στην ταχύτητα επίλυσης, την ευελιξία και την αυτονομία των μοντέλων που αναπτύσσονται. Οι γλώσσες προγραμματισμού βέβαια απαιτούν σημαντικό χρόνο για την ανάπτυξη του μοντέλου, καθώς και εξειδικευμένες γνώσεις.

3.2 Μια απογραφή των συστημάτων Γ.Π.

Παρουσιάζουμε εδώ μια αναλυτική απογραφή των πληροφοριακών συστημάτων που μοντελοποιούν και επιλύουν προβλήματα Γ.Π. (απογραφή 1998). Ο αριθμός των εναλλακτικών επιλογών του χρήστη (βλ. πίνακα 3.1) είναι πολύ μεγάλος και μπορεί να ικανοποιήσει τις οποιοδήποτε απαιτήσεις του.

Ο πίνακας 3.1 παρουσιάζει τις εταιρείες κατασκευής των πληροφοριακών συστημάτων Γ.Π., καθώς και τα λειτουργικά συστήματα με τα οποία αυτά συνεργάζονται. Αξίζει να αναφερθεί ότι πολλά από αυτά τα προγράμματα μοντελοποιούν και επιλύουν γενικότερα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού (ακέραιου, μη γραμμικού, τετραγωνικού, κλπ).

Πίνακας 3.1 Πληροφορικά συστήματα Γ.Π. και λειτουργικά συστήματα						
Προϊόν	Εταιρεία	Λειτουργικό περιβάλλον				
		DOS	Win 95/NT	Mac OS	Unix	Άλλο
A1MMS	Paragon Decision Technology		X			
AXA	Sunset Software Technology	X	X	X	X	VMS, MVS, CMS
BPMPD	Cs. Meszaros MTA SZTAKI	X	X		X	
CPLEX for AMPL	Compass Modeling Solutions	X	X		X	Alpha/Win NT
CPLEX Callable Library	CPLEX Optimization, Inc.	X	X	X	X	
C-WHIZ	Ketron Management Science	X	X		X	Win 3.x, OS2

Πίνακας 3.1 Πληροφοριακά συστήματα Γ.Π. και λειτουργικά συστήματα

Προϊόν	Εταιρεία	Λειτουργικό περιβάλλον				
		DOS	Win 95/NT	Mac OS	Unix	Άλλο
Decision Pro 2.1	Vanguard Software Corporation		X			Win 3.1
FORT MP	Numerical Algorithms Group, Inc	X	X		X	VMS, Cray, Convex
GAMS	GAMS Development Corporation	X	X		X	VMS
HS/LP	Haverly Systems Inc.	X	X			Win 3.1
IBM OSL	IBM Corporation	X	X		X	VM, MVS, AIX, SPs
ILOG Planner	ILOG		X		X	
LAMPS	Advanced Mathematical Software	X	X		X	VAX, VMS
LINDO	LINDO Systems, Inc.	X	X		X	Open VMS
LINGO	LINDO Systems, Inc.	X	X		X	Open VMS
LP/MPSolver DLLs	Frontline Systems, Inc.	X	X			
LPS-867	Applied Automated Engineering Corp.	X	X		X	
LSSOL	Stanford Business Software, Inc.	X	X	X	X	Όλα
LS-XLSOL for AMPL	Compass Modeling Solutions	X	X			
Math Pro 2000	Math Pro, Inc.	X	X		X	
MIMI	Chesapeake Decision Science, Inc.		X		X	
MINOS	Stanford Business Software, Inc.	X	X	X	X	Όλα
MINOS for AMPL	Compass Modeling Solutions	X	X		X	
MPL Modeling System	Maximal Software, Inc.		X	X	X	
O-Matrix	Harmonic Software, Inc.		X			Win 3.1
OMNI LP Management System	Haverly Systems Inc.		X		X	Win 3.x
Parallel XPRESS-MP	Dash Associates Ltd.		X		X	Win 3.1
Premium Solver for Excel	Frontline Systems, Inc.	X	X			
SAS Software	SAS Institute, Inc.	X	X	X	X	Όλα
SCICONIC	EDS	X	X		X	Open DEC, MS
SD Pirns	Aspen Technology, Inc.		X			
Smart Optimizer (SOPI)	SAITECH, Inc.	X	X		X	
Speakeasy	Speakeasy Computing	X	X		X	VAX, VMS
Visual Math Programming	Sundown Software Systems, Inc.	X	X			

Πίνακας 3.1 Πληροφοριακά συστήματα Γ.Π. και λειτουργικά συστήματα

Προϊόν	Εταιρεία	Λειτουργικό περιβάλλον				
		DOS	Win	Mac	Unix	Άλλο

			95/NT	OS		
What's Best!	LINDO Systems, Inc.		X			
XLSOL for AMPL	Compass Modeling Solutions	X	X			
XLSOL Solvers for AMPL	Frontline Systems, Inc.	X	X			
XPRESS-MP	Dash Associates Ltd.	X	X	X	X	Win 3.1, Open VMS, MVS
XPRESS-MP for Windows	Dash Associates Ltd.		X			Win 3.1
What's Best!	LINDO Systems, Inc.		X			

Τα περισσότερα από τα συγκεκριμένα πληροφοριακά συστήματα ουσιαστικά δεν θέτουν περιορισμούς στο μέγεθος των προβλημάτων Γ.Π. που μπορούν να χειριστούν (οι περιορισμοί τίθενται κυρίως από το διαθέσιμο hardware).

Πίνακας 3.2 Μέγεθος προβλημάτων και πληροφοριακά συστήματα Γ.Π. I				
Προϊόν	Μέγιστο μέγεθος προβλημάτων			Παρατηρήσεις
	Περιορισμοί	Μεταβλητές	Μη μηδενικά	
AIMMS				εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
AXA	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
BPMPD	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
CPLEX for AMPL	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
CPLEX Callable Library	∞	∞	∞	παράλληλη επεξεργασία
C-WHIZ	∞	∞	∞	PC486
Decision Pro 2.1	32000	32000	32000	6MB RAM/ 10MB HD Space
FORT MP	1 εκατ.	50 εκατ.	400 εκατ.	2GB
GAMS	∞	∞	∞	
HS/LP	8192	16384	∞	

Πίνακας 3.2 Μέγεθος προβλημάτων και πληροφοριακά συστήματα Γ.Π.

Προϊόν	Μέγιστο μέγεθος προβλημάτων			Παρατηρήσεις
	Περιορισμοί	Μεταβλητές	Μη μηδενικά	
AIMMS				εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
AXA	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
BPMPD	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
CPLEX for AMPL	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
CPLEX Callable Library	∞	∞	∞	παράλληλη επεξεργασία
C-WHIZ	∞	∞	∞	PC486
Decision Pro 2.1	32000	32000	32000	6MB RAM/10MB HD Space
FORT MP	1 εκατ.	50 εκατ.	400 εκατ.	2GB
GAMS	∞	∞	∞	
HS/LP	8192	16384	∞	
IBM OSL				PC486/586
ILOG Planner	1098	8405	37478	52MB σε SPARCstation
LAMPS	64000			
LINDO	∞	∞	∞	εξαρτάται από μέγεθος προβλήματος
LINGO	∞	∞	∞	εξαρτάται από μέγεθος προβλήματος
LP/MIP Solver DLLs	∞	16000	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
LPS-867	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
LSSOL	∞	∞	∞	Fortran77 compiler
LS-XLSOL for AMPL	6500	6500		
Math Pro 2000				εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
MIMI	300000	500000	2 εκατ.	VMX workstations
MINOS	∞	∞	∞	Fortran77 compiler
MINOS for AMPL	∞	∞	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
MPL Modeling System	16 εκατ.	17 εκατ.	18 Εκατ.	1 MB/50000 μη μηδενικά
O-Matrix				PC386, 4MB RAM, 3 MB HD space
OMNIP Management System	∞	∞	∞	PC486, RS/6000, DEC Alpha, Silicon Graphics
Parallel XPRESS-MP	∞	∞	∞	Pentium PCs, UNIX Workstations
Premium Solver for Excel	∞	16000	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
SAS Software	∞	∞	∞	
SCICONIC	∞	∞	∞	560 bytes/πρόσθετη στήλη
SD Pirns			∞	
Smart Optimizer (SOPT)	∞	∞	∞	PCs, UNIX Workstations
Speakeasy				εξαρτάται από λειτουργικό περιβάλλον

Πίνακας 3.2 Μέγεθος προβλημάτων και πληροφοριακά συστήματα Γ.Π.

Visual Math Programming				PC 386, 2MB
What's Best!	∞	∞	∞	
XLSOL for AMPL	6500	800		
XLSOL Solvers for AMPL	∞	16000	∞	εξαρτάται από διαθέσιμη μνήμη
XPRESS-MP	∞	∞	∞	Pentium PCs, UNIX Workstations, mainframes
XPRESS-MP for Windows	∞	∞	∞	Pentium PCs

Η διαχείριση των δεδομένων αποτελεί ίσως το σημαντικότερο χαρακτηριστικό των συγκεκριμένων προγραμμάτων (βλ. πίνακες 3.2 και 3.3). Οι δυνατότητες εισαγωγής και εξαγωγής των δεδομένων ενός προβλήματος Γ.Π. προσφέρει σημαντική ευελιξία για το χρήστη. Επιπρόσθετα, τα πληροφοριακά αυτά συστήματα χρησιμοποιούν εξειδικευμένες τεχνικές διαχείρισης και αποθήκευσης των δεδομένων, εκμεταλλευόμενα το γεγονός της ύπαρξης πολλών μηδενικών στοιχείων της βασικής μήτρας simplex στα περισσότερα πραγματικά προβλήματα Γ.Π. (sparse matrix techniques).

Πίνακας 3.3 Εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων στα πληροφοριακά συστήματα Γ.Π.

Προϊόν	Εισαγωγή δεδομένων			Εξαγωγή δεδομένων	
	MPS	Spreadsheet	Ειδική μορφή	Spreadsheet files	Text files
AIMMS			X		
AXA	X	X	X		
BPMPD	X				
CPLEX for AMPL			X		
CPLEX Callable Library	X	X	X		
C-WHIZ	X	X	X	X	
Decision Pro 2.1		X	X		X
FORT MP	X		X		X
GAMS			X		X
HS/LP	X	X		X	X
IBM OSL	X	X		X	
ILOG Planner			X	X	
LAMPS	X				X

Πίνακας 3.3 Εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων στα πληροφοριακά συστήματα Γ.Π.

Προϊόν	Εισαγωγή δεδομένων			Εξαγωγή δεδομένων	
	MPS	Spreadsheet	Ειδική μορφή	Spreadsheet files	Text files
LINDO	X		X		X
LINGO	X	X	X	X	
LP/MIP Solver DLLs			X	X	
LPS-867	X	X		X	
LSSOL					
LS-XLSOL for AMPL			X		
Math Pro 2000	X		X	X	X
MIMI		X	X		
MINOS	X				
MINOS for AMPL			X		
MPL Modeling System	X		X	X	X
CKMatrix		X	X		X
OMNI LP Management System	X	X		X	X
Parallel XPRESS-MP	X		X	X	X
Premium Solver for Excel		X		X	
SAS Software	X		X	X	X
SCICONIC	X			X	
SD Pirns		X		X	
Smart Optimizer (SOPT)	X				X
Speakeasy		X	X		
Visual Math Programming (VMS)			X		X
What's Best!		X		X	
XLSOL for AMPL			X		
XLSOL Solvers for AMPL			X		
XPRESS-MP	X		X	X	X
XPRESS-MP for Windows	X		X	X	X

Το σύνολο των πληροφοριακών συστημάτων που παρουσιάζεται στους προηγούμενους πίνακες είναι αρκετά ανομοιογενές, δεδομένου ότι περιλαμβάνει επιλογές από ολοκληρωμένα πληροφοριακά συστήματα ως απλές μαθηματικές βιβλιοθήκες. Η βασικότερη συνιστώσα όμως όλων αυτών των προγραμμάτων είναι οι βιβλιοθήκες επίλυσης (solvers), οι οποίες περιέχουν μαθηματικούς αλγόριθμους για την επίλυση προβλημάτων Γ.Π. Οι βιβλιοθήκες αυτές είναι αυτόνομες ή μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε λογιστικά φύλλα, γλώσσες μοντελοποίησης και γλώσσες προγραμματισμού, όπως δείχνουν κατά περίπτωση οι πίνακες 3.4 και 3.5.

Πίνακας 3.4 Βιβλιοθήκες επίλυσης προβλημάτων Γ.Π.	
Βιβλιοθήκη επίλυσης	Γλώσσα μοντελοποίησης/Λογιστικό φύλλο που χρησιμοποιείται
AXA	GAMS, AIMMS
BPMPD	AMPL
CPLEX	AIMMS, AMPL, GAMS, MPL, MIMI, OMNI
C-WHIZ	MPS III
FORT MP	MPL, GAMS, AIMMS
HS/LP	OMNI
IBM OSL	AIMMS, AMPL, GAMS, MPL, MIMI, OMNI, Speakeasy, GAMS
ILOG Solver	αυτόνομη
LAMPS	AMPL
LINDO	αυτόνομη
LINGO	αυτόνομη
LP/MIP Solver DLLs	AMPL, MPL
LSSOL	AMPL, GAMS
LS-XLSOL	AMPL, GAMS
MINOS	AMPL, GAMS
NPSOL	AMPL, GAMS
XPRESS-MP	αυτόνομη
Parallel XPRESS-MP	αυτόνομη
SCICONIC	GAMS
Smart Optimizer (SOPT)	AMPL
LPS-867	Excel/Lotus 1-2-3 (Janus)
LP/MIP Solver DLLs	Excel
Premium Solver for Excel	Excel
What's Best!	Excel/Lotus 1-2-3

Πίνακας 3.5 Γλώσσες μοντελοποίησης προβλημάτων Γ.Π.	
Γλώσσες μοντελοποίησης	Βιβλιοθήκες επίλυσης που χρησιμοποιούνται
AIMMS	AXA, CPLEX, FortMP, IBM OSL
AMPL	CPLEX, IBM OSL, LAMPS, LSSOL, LS-XLSOL, NPSOL, MINOS, LP/MP Solver DLL, SOPT
MPS III	C-WHIZ
GAMS	AXA, CPLEX, FortMP, IBM OSL, LSSOL, LS-XLSOL, NPSOL, MINOS, Sciconic
MIMI	CPLEX, IBM OSL
MPL Modeling System	CPLEX, FortMP, IBM OSL, LP/MIP Solver DLL
OMNI LP Management System	CPLEX, HS/LP, IBM OSL
SD Pirns	CPLEX
Speakeasy	IBM OSL

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί η ύπαρξη ολοκληρωμένων πληροφοριακών συστημάτων τα οποία επιλύουν γενικότερα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας, όπως χαρακτηριστικά δείχνει ο πίνακας 3.6.

Πίνακας 3.6 Ολοκληρωμένα πληροφοριακά συστήματα	
Ολοκληρωμένα Πληροφοριακά Συστήματα	Ενδεικτικά προβλήματα
Decision Pro 2.1	Βελτιστοποίηση Monte Carlo προσομοίωση Ανάλυση αποφάσεων Πρόβλεψη Στατιστική
Math Pro 2000	Γραμμικός προγραμματισμός Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός Μικτός γραμμικός προγραμματισμός
O-Matrix	Μαθηματική Άλγεβρα Στατιστική Βελτιστοποίηση Αριθμητική Ανάλυση Ανάλυση Fourier Μαθηματική Ανάλυση

Πίνακας 3.6 Ολοκληρωμένα πληροφοριακά συστήματα	
Ολοκληρωμένα Πληροφοριακά Συστήματα	Ενδεικτικά προβλήματα
SAS OR Software	Γραμμικός προγραμματισμός Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός Μικτός γραμμικός προγραμματισμός Προβλήματα ανάθεσης Προβλήματα ροής δικτύων Προβλήματα μεταφοράς Χρονικός προγραμματισμός
Visual Math Programming (VMS)	Μαθηματική Άλγεβρα Βάσεις Δεδομένων"

Με δεδομένη την ανάπτυξη της τεχνολογίας, οι νέες τάσεις στο χώρο των πληροφοριακών συστημάτων δραστηριοποιούνται κυρίως στα εξής σημεία:

- Χρησιμοποίηση νέων μαθηματικών αλγορίθμων και μεθοδολογιών για την επίλυση προβλημάτων Γ.Π., όπως η αναθεωρημένη μέθοδος simplex (revised simplex algorithm), μέθοδοι εσωτερικού σημείου (interior point methods) ή ακόμη και η παράλληλη επεξεργασία (parallel computing).
- Υποστήριξη διαχείρισης βάσεων δεδομένων, με στόχο την επίτευξη μεγαλύτερου βαθμού ευελιξίας του μοντέλου Γ.Π. που αναπτύσσεται.
- Σύγκλιση όλων των επιλογών (λογιστικά φύλλα, γλώσσες μοντελοποίησης, γλώσσες προγραμματισμού) σε ένα ολοκληρωμένο πληροφοριακό σύστημα με τη βοήθεια δυναμικών βιβλιοθηκών σύνδεσης (Dynamic Link Libraries). Έτσι, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τον τρόπο μοντελοποίησης του Γ.Π. που επιθυμεί χρησιμοποιώντας ένα και μοναδικό σύστημα.

3.3 Εφαρμογή με χρήση λογιστικού φύλλου

Τα λογιστικά φύλλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν με επιτυχία για την επίλυση προβλημάτων Γ.Π. δεδομένου ότι αποτελούν προγράμματα γενικής χρήσης και ευρείας διάδοσης.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η χρήση ενός τέτοιου λογιστικού φύλλου, το γνωστό Microsoft Excel 2003, για την επίλυση ενός απλού και μικρού σε μέγεθος προβλήματος, όπως είναι το αριθμητικό παράδειγμα αναφοράς του 1^{ου} κεφαλαίου.

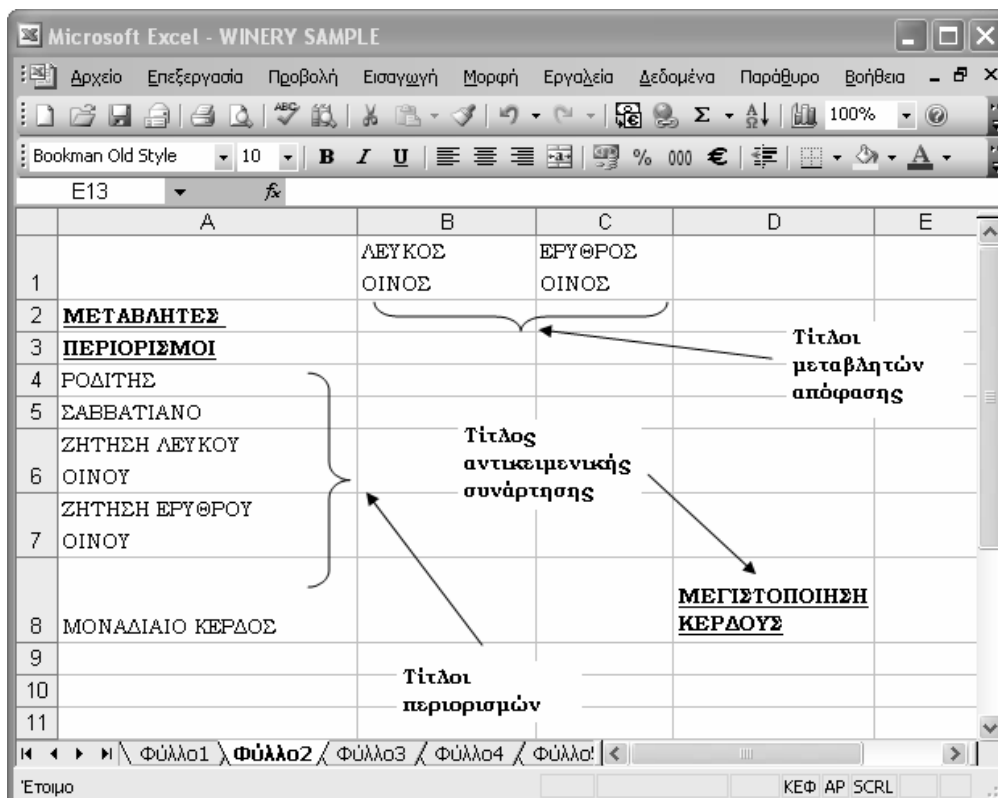
Η διαδικασία επίλυσης γίνεται με τη βοήθεια των εξής βημάτων:

1. Εισαγωγή βοηθητικών τίτλων στο λογιστικό φύλλο

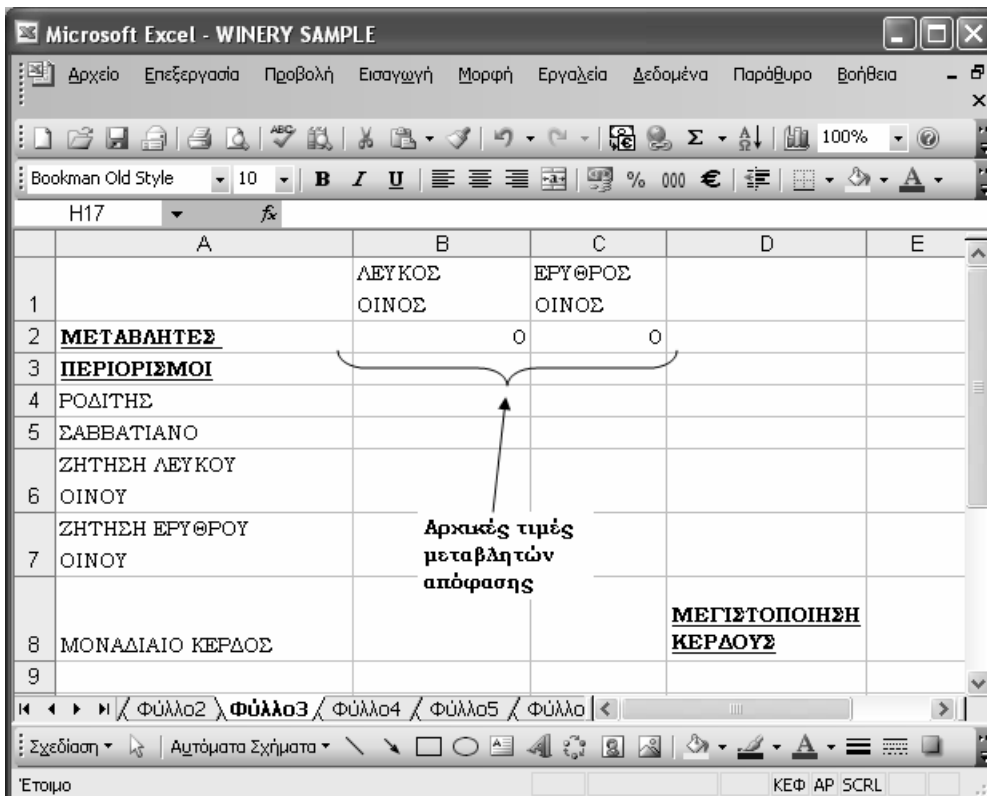
Το αρχικό αυτό βήμα αφορά την εισαγωγή των τίτλων της αντικειμενικής συνάρτησης, των περιορισμών και των μεταβλητών απόφασης. Το βήμα αυτό αν και δεν είναι απολύτως απαραίτητο μπορεί να βοηθήσει τόσο στην παρουσίαση, όσο και στην κατανόηση του λογιστικού φύλλου (εικόνα 3.4).

2. Εισαγωγή αρχικών τιμών στις μεταβλητές απόφασης

Για την εφαρμογή του αλγορίθμου επίλυσης του Γ.Π. απαιτείται η εισαγωγή κάποιων αρχικών τιμών στις μεταβλητές απόφασης (συνήθως μηδενικές τιμές), όπως δείχνει η εικόνα 3.5.



Εικόνα 3.4 Εισαγωγή βοηθητικών τίτλων στο λογιστικό φύλλο



Εικόνα 3.5 Εισαγωγή αρχικών τιμών στις μεταβλητές απόφασης

3. Εισαγωγή περιορισμών

Ομοίως με το προηγούμενο βήμα, θα πρέπει να γραφεί και οι γραμμικοί περιορισμοί του προβλήματος, συναρτήσει και πάλι των κελιών που αντιστοιχούν στις μεταβλητές απόφασης (εικόνα 3.6).

4. Εισαγωγή αντικειμενικής συνάρτησης

Η εισαγωγή της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται συναρτήσει των κελιών του λογιστικού φύλλου που αντιστοιχούν στις μεταβλητές απόφασης (εικόνα 3.7).

	A	B	C	D	E	F
1		ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ			
2	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	0	0			
3	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ					
4	ΡΟΔΙΤΗΣ	1	2	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B4:C4)	<=	15
5	ΣΑΒΒΑΤΙΑΝΟ	2	1	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B5:C5)	<=	18
6	ΖΗΤΗΣΗ ΛΕΥΚΟΥ ΟΙΝΟΥ	1	0	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B6:C6)	<=	8
7	ΖΗΤΗΣΗ ΕΡΥΘΡΟΥ ΟΙΝΟΥ	0	1	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B7:C7)	<=	6
8	ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ	4	3	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ		
9						

Εικόνα 3.6 Εισαγωγή περιορισμών

	A	B	C	D	E	F
1		ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ			
2	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	0	0			
3	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ					
4	ΡΟΔΙΤΗΣ	1	2	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B4:C4)	<=	15
5	ΣΑΒΒΑΤΙΑΝΟ	2	1	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B5:C5)	<=	18
6	ΖΗΤΗΣΗ ΛΕΥΚΟΥ ΟΙΝΟΥ	1	0	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B6:C6)	<=	8
7	ΖΗΤΗΣΗ ΕΡΥΘΡΟΥ ΟΙΝΟΥ	0	1	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B7:C7)	<=	6
8	ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ	4	3	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ		
9				=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2;B8:C8)		

Εικόνα 3.7 Εισαγωγή αντικειμενικής συνάρτησης

Μετά την αποπεράτωση των παραπάνω αρχικών βημάτων, το λογιστικό φύλλο θα πρέπει να έχει τη μορφή που απεικονίζεται στην εικόνα 3.8. Αξίζει να παρατηρηθεί ότι, όλες οι τιμές του λογιστικού φύλλου είναι μηδενικές, δεδομένου ότι οι αρχικές τιμές των μεταβλητών απόφασης είναι μηδενικές.

	A	B	C	D	E	F
1		ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ			
2	ΜΕΤΑΒΑΗΤΕΣ	0	0			
3	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ					
4	ΡΟΔΙΤΗΣ	1	2	0	<=	15
5	ΣΑΒΒΑΤΙΑΝΟ	2	1	0	<=	18
6	ΖΗΤΗΣΗ ΛΕΥΚΟΥ ΟΙΝΟΥ	1	0	0	<=	8
7	ΖΗΤΗΣΗ ΕΡΥΘΡΟΥ ΟΙΝΟΥ	0	1	0	<=	6
8	ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΚΕΡΔΟΣ	4	3	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ		
9				0		

Εικόνα 3.8 Το λογιστικό φύλλο μετά την αποπεράτωση των αρχικών βημάτων

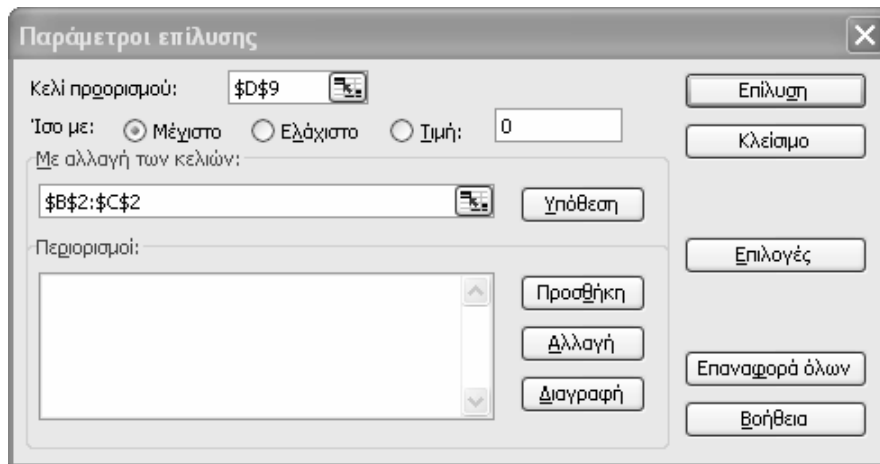
5. Εντολή "Εργαλεία-Επίλυση"

Για να ολοκληρωθεί η εισαγωγή των παραμέτρων επίλυσης, δίνεται η εντολή "Εργαλεία-Επίλυση", η οποία ανοίγει το παράθυρο "Παράμετροι Επίλυσης" (εικόνα 3.9).

6. Ορισμός αντικειμενικής συνάρτησης & μεταβλητών απόφασης

Στο συγκεκριμένο βήμα ορίζεται το κελί του λογιστικού φύλλου που αντιπροσωπεύει την αντικειμενική συνάρτηση στο πλαίσιο κειμένου "Ορισμός κελιού επιθυμητές τιμές".

Επίσης ορίζεται ο στόχος (ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση) του γραμμικού προγράμματος. Στην περίπτωση μας επιλέγεται το \$D\$9 και το "μέγιστο" αντίστοιχα. Τέλος, στο βήμα αυτό επιλέγεται η περιοχή των κελιών που αντιστοιχούν στις μεταβλητές απόφασης του Γ.Π. (\$B\$2:\$C\$2 για το παράδειγμα).



Εικόνα 3.9 Το παράθυρο “Παράμετροι επίλυσης”

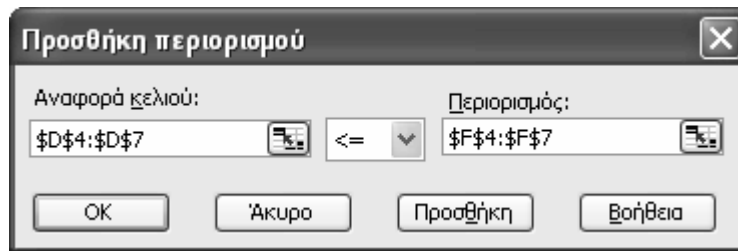
7. Εισαγωγή πρόσημου & περιορισμών

Στο βήμα αυτό ολοκληρώνεται η εισαγωγή των περιορισμών του Γ.Π. Χρησιμοποιώντας το κουμπί "Προσθήκη", εισάγονται διαδοχικά όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος, ορίζοντας κάθε φορά (βλ. εικόνα 3.10):

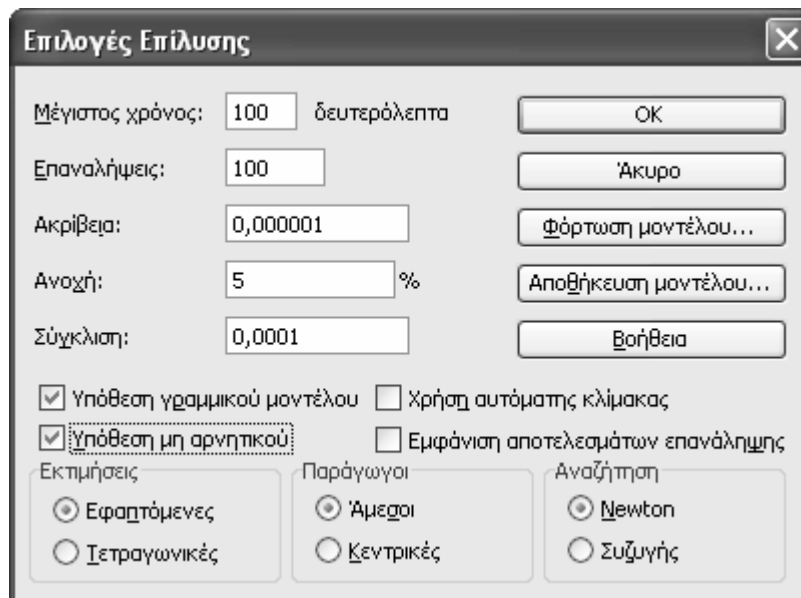
- το κελί που αντιστοιχεί στο α' μέρος του περιορισμού
- τον τύπο του περιορισμού (\leq , \geq , = , integer , binary)
- το β' μέρος του περιορισμού

Αξίζει να σημειωθεί στο συγκεκριμένο σημείο ότι, **θα πρέπει να εισαχθούν και οι περιορισμοί μη αρνητικότητας των μεταβλητών απόφασης**. Είτε με το παραπάνω βήμα είτε από το παράθυρο “επιλογές επίλυσης” κάνοντας ενεργή την “υπόθεση μη αρνητικού” (βλ. εικόνα 3.11).

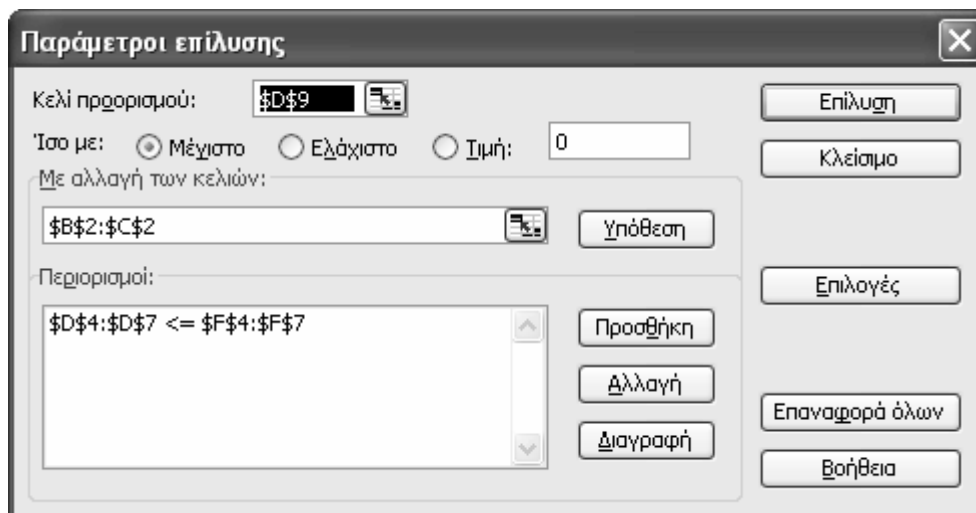
Με την ολοκλήρωση των προηγούμενων βημάτων, το παράθυρο "Παράμετροι επίλυσης" θα πρέπει να έχει μια μορφή όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 3.12.



Εικόνα 3.10 Το παράθυρο “Προσθήκη περιορισμού”



Εικόνα 3.11 Το παράθυρο “Επιλογές επίλυσης”



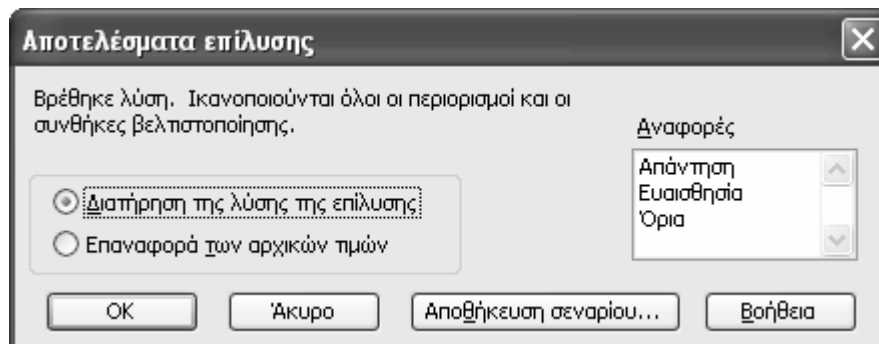
Εικόνα 3.12 Το παράθυρο “Παράμετροι επίλυσης” μετά την αποπεράτωση του προβλήματος Γ.Π.

8. Επίλυση γραμμικού προγράμματος

Εφόσον έχει ολοκληρωθεί η εισαγωγή των απαιτούμενων πληροφοριών, η βέλτιστη λύση του προβλήματος υπολογίζεται με το κουμπί "Επίλυση". Σε περίπτωση ύπαρξης βέλτιστης λύσης θα πρέπει να επιλεγούν οι επιθυμητές αναφορές που θα δημιουργηθούν από το πρόγραμμα. Οι αναφορές αυτές περιλαμβάνουν (βλ. εικόνα 3.13):

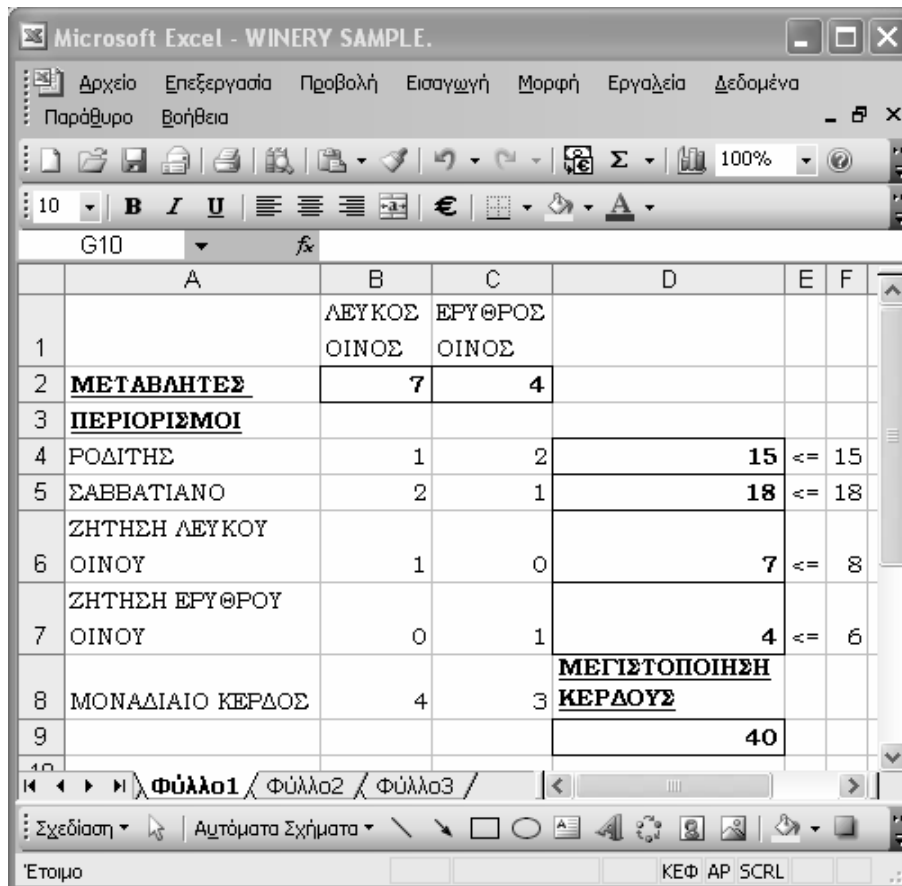
- ⊗ Απάντηση
- ⊗ Ευαισθησία
- ⊗ Όρια

Σε περίπτωση μη ύπαρξης βέλτιστης λύσης (αδύνατο Γ.Π., μη φραγμένη λύση, κλπ.) υπάρχει αντίστοιχο μήνυμα σφάλματος από το λογιστικό φύλλο. Επίσης, στη περίπτωση ακέραιου προγραμματισμού (integer programming), δηλαδή στη περίπτωση που οι μεταβλητές απόφασης έχουν ορισθεί με τύπο περιορισμού **integer or binary** η μόνη δυνατή αναφορά που δημιουργείται από το πρόγραμμα είναι η **“απάντηση”**.



Εικόνα 3.12 Το παράθυρο “Αποτελέσματα επίλυσης”

Μετά τη φάση επίλυσης του γραμμικού προγράμματος, το λογιστικό φύλλο είναι ενημερωμένο με τη βέλτιστη λύση ($x_1^* = 7$, $x_2^* = 4$, $z^* = 40$), όπως φαίνεται στην εικόνα 3.14.



Εικόνα 3.14 Το λογιστικό φύλλο μετά την επίλυση του Γ.Π.

Στις εικόνες 3.15-3.17 που ακολουθούν παρουσιάζονται ενδεικτικά οι διάφορες αναφορές που δημιουργούνται μετά την επίλυση ενός Γ.Π.

Microsoft Excel 11.0 Αναφορά απάντησης
 Φύλλο εργασίας: [WINERY SAMPLE..xls]Φύλλο1
 Ημερομηνία δημιουργίας αναφοράς: 16/10/2006 9:02:56 μμ

Κελί προορισμού (Μέγιστο)

Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή
\$D\$9	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ	0	40

Ρυθμιζόμενα κελιά

Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή
\$B\$2	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	0	7
\$C\$2	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ	0	4

Περιορισμοί

Κελί	Όνομα	Τιμή κελιού	Τύπος	Κατάσταση	Απόκλιση
\$D\$4	ΡΟΔΙΤΗΣ	15	\$D\$4<=\$F\$4	Υποχρεωτικός	0
\$D\$5	ΣΑΒΒΑΤΙΑΝΟ	18	\$D\$5<=\$F\$5	Υποχρεωτικός	0
\$D\$6	ΖΗΤΗΣΗ ΛΕΥΚΟΥ ΟΙΝΟΥ	7	\$D\$6<=\$F\$6	Μη υποχρεωτικός	1
\$D\$7	ΖΗΤΗΣΗ ΕΡΥΘΡΟΥ ΟΙΝΟΥ	4	\$D\$7<=\$F\$7	Μη υποχρεωτικός	2

Εικόνα 3.15 Η αναφορά απάντησης

Συμπερασματικά, η επίλυση προβλημάτων Γ.Π. με τη βοήθεια λογιστικών φύλλων παρουσιάζει μια σειρά από πλεονεκτήματα, όπως:

- Τα λογιστικά φύλλα είναι προγράμματα ευρείας χρήσης και συνεπώς αρκετά διαδεδομένα. Με αυτόν τον τρόπο, δεν απαιτείται η αγορά ενός ακριβού και εξειδικευμένου λογισμικού για την επίλυση προβλημάτων Γ.Π. Επιπρόσθετα, δεν απαιτούνται εξειδικευμένες γνώσεις από τους χρήστες.
- Το μέγεθος των προβλημάτων Γ.Π. που μπορούν αυτά να χειριστούν είναι αρκετά ικανοποιητικό (το Microsoft Excel μπορεί να επιλύσει Γ.Π. έως 800 μεταβλητών περίπου), ενώ ο χρόνος επίλυσης κρίνεται ιδιαίτερα μικρός.
- Τα παραπάνω χαρακτηριστικά, τόσο το μέγεθος των προβλημάτων όσο και ο χρόνος επίλυσης μπορούν να βελτιωθούν με τη χρήση πρόσθετης βιβλιοθήκης επίλυσης, όπως αναφέρθηκε στην §3.2.

Microsoft Excel 11.0 Αναφορά ευαισθησίας
 Φύλλο εργασίας: [WINERY SAMPLE.xls]Φύλλο1
 Ημερομηνία δημιουργίας αναφοράς: 16/10/2006 9:02:56 μμ

Ρυθμιζόμενα κελιά

Κελί	Όνομα	Τελική τιμή	Μειωμένο κόστος	Αντικειμενικός συντελεστής	Επιτρεπόμενη αύξηση	Επιτρεπόμενη μείωση
	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ					
\$B\$2	ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	7	0	4	2	2,5
	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ					
\$C\$2	ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ	4	0	3	5	1

Περιορισμοί

Κελί	Όνομα	Τελική τιμή	Σκιάδης τιμή	Περιορισμός R.H. Side	Επιτρεπόμενη αύξηση	Επιτρεπόμενη μείωση
\$D\$4	ΡΟΔΙΤΗΣ	15	0,666666667	15	3	3
\$D\$5	ΣΑΒΒΑΤΙΑΝΟ	18	1,666666667	18	1,5	6
	ΖΗΤΗΣΗ					
\$D\$6	ΛΕΥΚΟΥ ΟΙΝΟΥ ΖΗΤΗΣΗ	7	0	8	1E+30	1
\$D\$7	ΕΡΥΘΡΟΥ ΟΙΝΟΥ ΖΗΤΗΣΗ	4	0	6	1E+30	2

Εικόνα 3.16 Η αναφορά ευαισθησίας

Microsoft Excel 11.0 Αναφορά ορίων
 Φύλλο εργασίας: [WINERY SAMPLE.xls]Αναφορά ορίων 1
 Ημερομηνία δημιουργίας αναφοράς: 16/10/2006 9:02:56 μμ

Επιθυμητές τιμές		
Κελί	Όνομα	Τιμή
	ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ	
\$D\$9	ΚΕΡΔΟΥΣ	40

Ρυθμιζόμενα			Κάτω	Επιθυμητό	Άνω	Επιθυμητό
Κελί	Όνομα	Τιμή	όριο	αποτέλεσμα	όριο	αποτέλεσμα
	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ					
\$B\$2	ΛΕΥΚΟΣ ΟΙΝΟΣ	7	0	12	7	40
	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ					
\$C\$2	ΕΡΥΘΡΟΣ ΟΙΝΟΣ	4	0	28	4	40

Εικόνα3.17 Η αναφορά ορίων

Το σημαντικότερο βέβαια μειονέκτημα αποτελεί η πολυπλοκότητα εισαγωγής των απαιτούμενων πληροφοριών για την επίλυση ενός προβλήματος Γ.Π., γεγονός που καθιστά σχεδόν απαγορευτική τη χρήση λογιστικών φύλλων σε πραγματικά μεγάλα προβλήματα.

3.4 Εφαρμογές σε μεγάλα προβλήματα

Σε μεγάλα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού συνηθίζεται η χρήση εξειδικευμένων πληροφοριακών συστημάτων, όπως είναι το σύστημα Lindo, που παρουσιάζεται εδώ.

Τα βασικότερα πλεονεκτήματα αυτής της κατηγορίας προγραμμάτων επικεντρώνονται στα εξής σημεία:


- χειρισμός μεγάλου μεγέθους Γ.Π.
- ταχύτητα επίλυσης
- εισαγωγή δεδομένων στη "φυσική" μαθηματική του μορφή

Η εισαγωγή των δεδομένων μπορεί να γίνει είτε άμεσα στο ίδιο το πρόγραμμα, (βλ. εικόνα 3.18, είτε έμμεσα εάν τα δεδομένα έχουν αποθηκευτεί με κάποια εξειδικευμένη μορφοποίηση (π.χ. text). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να προσεχθούν ιδιαίτερα τα εξής:

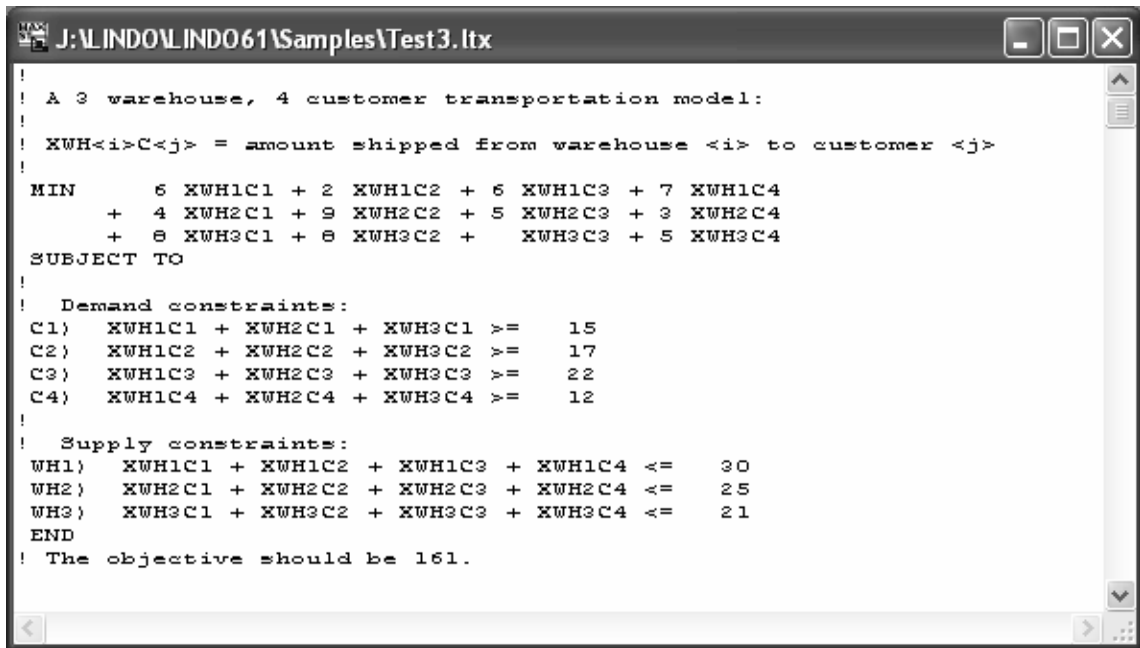
- ⌋ Η αντικειμενική συνάρτηση χωρίζεται από τους περιορισμούς με τους χαρακτήρες st ή αντίστοιχα subject to.
- ⌋ Δεν απαιτείται η εισαγωγή των περιορισμών μη αρνητικότητας των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος.

- Μετά το τέλος των περιορισμών απαιτείται η εισαγωγή της λέξης end.

Η διόρθωση, προσθήκη ή αφαίρεση δεδομένων του προβλήματος Γ.Π. είναι ιδιαίτερα εύκολη αφού το παράθυρο των δεδομένων έχει πολλές ομοιότητες με έναν απλό επεξεργαστή κειμένου (text editor).

Η επίλυση του προβλήματος Γ.Π. γίνεται με την εντολή "Solve-Solve" (ή με τη χρήση του , στη γραμμή εργαλείων , του παρακάτω εικονιδίου 

Το πρόγραμμα δημιουργεί αυτόματα αναφορά επίλυσης (βλ. εικόνα 3.19 και αναφορά ανάλυσης ευαισθησίας εφ' όσον ζητηθεί(βλ. εικόνα 3.20).



```

J:\LINDO\LINDO61\Samples\Test3.ltx
!
! A 3 warehouse, 4 customer transportation model:
!
! XWH<i>C<j> = amount shipped from warehouse <i> to customer <j>
!
MIN      6 XWH1C1 + 2 XWH1C2 + 6 XWH1C3 + 7 XWH1C4
        + 4 XWH2C1 + 9 XWH2C2 + 5 XWH2C3 + 3 XWH2C4
        + 8 XWH3C1 + 8 XWH3C2 +   XWH3C3 + 5 XWH3C4
SUBJECT TO
!
! Demand constraints:
C1) XWH1C1 + XWH2C1 + XWH3C1 >= 15
C2) XWH1C2 + XWH2C2 + XWH3C2 >= 17
C3) XWH1C3 + XWH2C3 + XWH3C3 >= 22
C4) XWH1C4 + XWH2C4 + XWH3C4 >= 12
!
! Supply constraints:
WH1) XWH1C1 + XWH1C2 + XWH1C3 + XWH1C4 <= 30
WH2) XWH2C1 + XWH2C2 + XWH2C3 + XWH2C4 <= 25
WH3) XWH3C1 + XWH3C2 + XWH3C3 + XWH3C4 <= 21
END
! The objective should be 161.

```

Εικόνα3.18 Το παράθυρο δεδομένων του LINDO

Πρόσθετες εντολές

- I. Μετά την επίλυση του προβλήματος Γ.Π. μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή Reports-Tableau η οποία παρουσιάζει το βέλτιστο πίνακα simplex του προβλήματος.
- II. Το LINDO μπορεί να επιλύσει και προβλήματα ακέραιου και μικτού Γ.Π.. Σε μια τέτοια περίπτωση, μετά την εντολή end, θα πρέπει να προστεθεί η εντολή GIN ακολουθούμενη από το όνομα της ακέραιης μεταβλητής. Σε περίπτωση ύπαρξης πολλών ακεραίων μεταβλητών προστίθεται ισάριθμος αριθμός γραμμών με τον παραπάνω τρόπο. Τέλος, αν χρησιμοποιήσουμε την εντολή INT αντί της GIN η μεταβλητή που ακολουθεί ορίζεται ως δίτιμη μεταβλητή απόφασης τύπου 0-1.

Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 161.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
XWH1C1	2.000000	0.000000
XWH1C2	17.000000	0.000000
XWH1C3	1.000000	0.000000
XWH1C4	0.000000	2.000000
XWH2C1	13.000000	0.000000
XWH2C2	0.000000	9.000000
XWH2C3	0.000000	1.000000
XWH2C4	12.000000	0.000000
XWH3C1	0.000000	7.000000
XWH3C2	0.000000	11.000000
XWH3C3	21.000000	0.000000
XWH3C4	0.000000	5.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
C1)	0.000000	-6.000000
C2)	0.000000	-2.000000
C3)	0.000000	-6.000000
C4)	0.000000	-5.000000
WH1)	10.000000	0.000000
WH2)	0.000000	2.000000
WH3)	0.000000	5.000000

NO. ITERATIONS= 6

Εικόνα3.19 Η αναφορά επίλυσης του LINDO

Reports Window

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
XWH1C1	6.000000	2.000000	1.000000
XWH1C2	2.000000	9.000000	2.000000
XWH1C3	6.000000	1.000000	5.000000
XWH1C4	7.000000	INFINITY	2.000000
XWH2C1	4.000000	1.000000	2.000000
XWH2C2	9.000000	INFINITY	9.000000
XWH2C3	5.000000	INFINITY	1.000000
XWH2C4	3.000000	2.000000	5.000000
XWH3C1	8.000000	INFINITY	7.000000
XWH3C2	8.000000	INFINITY	11.000000
XWH3C3	1.000000	5.000000	INFINITY
XWH3C4	5.000000	INFINITY	5.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
C1	15.000000	10.000000	2.000000
C2	17.000000	10.000000	17.000000
C3	22.000000	10.000000	1.000000
C4	12.000000	10.000000	2.000000
WH1	30.000000	INFINITY	10.000000
WH2	25.000000	2.000000	10.000000
WH3	21.000000	1.000000	10.000000

Εικόνα3.20 Η αναφορά ευαισθησίας του LINDO