

Τομέας Μαθηματικών ΣΕΜΦΕ

Μάθημα: Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική

Εξάμηνο: 3^ο εξ. Σ.Η.Μ.&Μ.Υ.

Ακ. Έτος: 2005-06

1^η Σειρά Ασκήσεων

1. Ηλεκτρικές συσκευές συσκευάζονται σε πακέτα των N . Η πιθανότητα να υπάρχουν k ελαττωματικές συσκευές μεταξύ των N είναι p_k ($k = 0, 1, \dots, N$). Εξάγονται από το πακέτο n συσκευές και ελέγχονται αν είναι ελαττωματικές ή όχι. Δεδομένου ότι διαπιστώθηκε ότι υπάρχουν r ελαττωματικές συσκευές μεταξύ των n που ελέγχθησαν, ποια η πιθανότητα ο πραγματικός αριθμός των ελαττωματικών συσκευών στο πακέτο να είναι:
(α) Ακριβώς r ;
(β) Μεγαλύτερος του r ;
2. (Θέμα 1995). Υποθέστε ότι έχουμε n κελιά και ένα νόμισμα είναι κρυμμένο μέσα σε ένα απ'αυτά.. Δίνεται ότι η πιθανότητα να βρίσκεται στο i κελί είναι p_i . Εάν ψάξετε στο i κελί, η πιθανότητα να **μη το βρείτε εκεί** όταν πράγματι **βρίσκεται εκεί** είναι $1 - \alpha_i$. Ποια η πιθανότητα το νόμισμα να βρίσκεται στο κελί j δεδομένου ότι ψάξατε στο κελί i και **δεν** το βρήκατε εκεί;
3. Τρεις σπουδαστές A , B και Γ έχουν αναλάβει να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα, σε καθορισμένο χρονικό διάστημα και εργαζόμενοι ανεξάρτητα. Η πιθανότητα ο πρώτος να λύσει το πρόβλημα είναι 0.85, ο δεύτερος 0.95 και ο τρίτος 0.90.
(α) Ποια η πιθανότητα να λυθεί το πρόβλημα;
(β) Ποια η πιθανότητα ο A να έχει λύσει το πρόβλημα δεδομένου ότι έχει λυθεί;
(γ) Ποια η πιθανότητα ο A μόνο να έχει λύσει το πρόβλημα δεδομένου ότι έχει λυθεί;
4. (Θέμα 2003). Το 35% της συνολικής παραγωγής ενός ανταλλακτικού προέρχεται από τη μηχανή A , το 25% από τη μηχανή B και το 40% από τη μηχανή Γ . Η μηχανή A παράγει 2% ελαττωματικά προϊόντα, η μηχανή B 3% και η μηχανή Γ 1%. Λαμβάνεται τυχαία ένα ανταλλακτικό από τη συνολική παραγωγή. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες:
(α) Το ανταλλακτικό να είναι ελαττωματικό,
(β) Το ανταλλακτικό να προέρχεται από τη μηχανή A όταν γνωρίζουμε ότι είναι ελαττωματικό.
5. Εταιρεία παραλαμβάνει παρτίδα 100 ανταλλακτικών. Η πιθανότητα να είναι ελαττωματικό ένα ανταλλακτικό είναι 0.003. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες:
(α) Να υπάρχει τουλάχιστον ένα ελαττωματικό στην παρτίδα.
(β) Να υπάρχουν περισσότερα των πέντε ελαττωματικών στην παρτίδα.
6. Τηλεφωνική σύνδεση δύο κόμβων A και B είναι επιτυχής με πιθανότητα $p = 0.95$. Επίσης, η σύνδεση των κόμβων B και Γ είναι επιτυχής με πιθανότητα $q = 0.90$. Εάν η επικοινωνία μεταξύ των κόμβων A και Γ γίνεται μέσω του κόμβου B , ποια η πιθανότητα επιτυχούς σύνδεσης των κόμβων A και Γ ; Εάν υπάρχει παράλληλη γραμμή που συνδέει τους κόμβους A και Γ απ'ευθείας και η σύνδεση μέσω αυτής είναι επιτυχής με πιθανότητα $r = 80$, ποια η πιθανότητα η σύνδεση των κόμβων A και Γ να είναι επιτυχής (ανεξαρτήτως διαδρομής);